

Ekonomia

Szara strefa gospodarki

Determinanty i mechanizmy
kształtowania

Paulina Malaczewska



Szara strefa gospodarki

Determinanty i mechanizmy
kształtowania



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Ekonomia

Szara strefa gospodarki

Determinanty i mechanizmy
kształtowania

Paulina Malaczewska

Paulina Malaczewska – Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny
Katedra Ekonometrii, 90-214 Łódź, ul. Rewolucji 1905 r. nr 41/43

RECENZENT

Wojciech Maciejewski

REDAKTOR INICJUJĄCY

Monika Borowczyk

REDAKTOR WYDAWNICTWA UŁ

Katarzyna Gorzkowska

SKŁAD I ŁAMANIE

Munda – Maciej Torz

PROJEKT OKŁADKI

Katarzyna Turkowska

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/Alexmit

Publikacja monografii została sfinansowana ze środków na badania dla młodych naukowców
(kod projektu: B1711200001766.02)

© Copyright by Paulina Malaczewska, Łódź 2019

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2019

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.08364.17.0.M

Ark. wyd. 11,5; ark. druk. 14,0

ISBN 978-83-8142-229-1

e-ISBN 978-83-8142-230-7

<https://doi.org/10.18778/8142-229-1>

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-131 Łódź, ul. Lindleya 8

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. (42) 665 58 63

Spis treści

Wstęp	9
Rozdział 1	
Charakterystyka szarej strefy gospodarki	13
1.1. Definicja szarej strefy gospodarki	13
1.2. Metody pomiaru szarej strefy	22
1.3. Przegląd badań nad determinantami szarej strefy	30
1.3.1. Obciążenia podatkowe i parafiskalne	35
1.3.2. Biurokracja oraz regulacje prawa pracy	38
1.3.3. Korupcja	39
1.3.4. Jakość instytucji publicznych	41
1.3.5. Działanie organów kontrolnych i wysokość kary	42
1.3.6. <i>Tax morale</i> społeczeństwa	43
1.3.7. Stopa bezrobocia oraz transfery społeczne	45
1.3.8. Nierówności płacowe	46
1.3.9. Inne	47
1.4. Uwagi końcowe	49
Rozdział 2	
Przegląd wybranych teoretycznych modeli szarej strefy gospodarki	51
2.1. Wprowadzenie	51
2.2. Gra pomiędzy urzędnikiem i przedsiębiorcą – Bilotkach (2006)	52
2.3. Szara strefa jako efekt konkurencji między rządem i mafią – Johnson i in. (1997)	55
2.4. Związek między korupcją (biurokracją) i szarą strefą – Friedman i in. (2000)	58
2.5. Pogłębiona analiza związku korupcji i szarej strefy – Choi, Thum (2005)	62
2.6. Rola rynków kapitałowych w kształtowaniu zjawiska szarej strefy – Beloded (2005)	67
2.7. Rola organów kontroli w kształtowaniu się szarej strefy – Jędrzejowicz (1995)	70
2.8. Kapitałochłonność i pracochłonność produkcji w szarej strefie – Ihrig, Moe (2004)	72
2.9. Oddziaływanie regulacji środowiskowych na wielkość produkcji ukrytej – Biswas i in. (2012)	75
2.10. Model klasy DSGE z uwzględnieniem szarej strefy gospodarki – Orsi i in. (2014)	78
2.11. Wnioski i podsumowanie	83

6 Spis treści

Rozdział 3

Modele teoretyczne kształtowania się szarej strefy gospodarki **85**

3.1. Wprowadzenie	85
3.2. Model pracy nierejestrowanej	88
3.2.1. Założenia ogólne	88
3.2.2. Rząd	88
3.2.3. Typowe gospodarstwo domowe	90
3.2.4. Kształt funkcji P i S	94
3.2.5. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego z konkretnymi postaciami funkcyjnymi P i S	98
3.2.5.1. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 1	100
3.2.5.2. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 2	101
3.2.5.3. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 3 i 4	106
3.2.6. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha	108
3.3. Model produkcji nierejestrowanej	114
3.3.1. Założenia ogólne	114
3.3.2. Rząd	115
3.3.3. Typowe przedsiębiorstwo	118
3.3.4. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego	121
3.3.4.1. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 1	123
3.3.4.2. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 2	124
3.3.4.3. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 3 i 4	128
3.3.5. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha	131
3.4. Uwagi końcowe	138

Rozdział 4

Kalibracja parametrów modelu pracy nierejestrowanej i modelu produkcji ukrytej **139**

4.1. Wprowadzenie	139
4.2. Dane dotyczące modelu pracy nierejestrowanej	140
4.2.1. Rozmiary pracy nierejestrowanej	141
4.2.2. Stopa podatkowa	142
4.2.3. Wynagrodzenie w sferze oficjalnej	143
4.2.4. Wynagrodzenie w szarej strefie	144
4.2.5. Efektywność organów kontroli	147
4.2.6. Grzywna za pracę nierejestrowaną	148
4.2.7. Stopa biurokratyczna	150
4.2.8. <i>Tax morale</i> społeczeństwa	151
4.2.9. Efektywność rządu	153
4.2.10. Stopień demokratyczności rządu	155

4.3. Kalibracja wartości pozostałych parametrów modelu pracy nierejestrowanej	157
4.4. Dane dotyczące modelu produkcji nierejestrowanej	160
4.4.1. Rozmiary produkcji ukrytej	161
4.4.2. Opodatkowanie zysku przedsiębiorstw	162
4.4.3. Łączny zysk przedsiębiorstw z działalności produkcyjnej	163
4.4.4. Efektywność organów kontroli	164
4.4.5. Grzywna za produkcję ukrytą	165
4.4.6. Udział uczciwych urzędników w gospodarce	166
4.4.7. Stopa biurokratyczna	168
4.4.8. Efektywność rządu	168
4.4.9. Stopień demokratyczności rządu	168
4.4.10. Wysokość łapówki w szarej strefie i strefie oficjalnej gospodarki	168
4.5. Kalibracja wartości pozostałych parametrów modelu produkcji ukrytej	170
4.6. Podsumowanie	174

Rozdział 5

Analizy scenariuszowe dla polskiej gospodarki **175**

5.1. Wprowadzenie	175
5.2. Analiza wrażliwości modelu pracy nierejestrowanej	176
5.3. Analiza wrażliwości modelu produkcji nierejestrowanej	180
5.4. Analizy scenariuszowe	184
5.4.1. Scenariusz 1 – rozwiązania francuskie	185
5.4.2. Scenariusz 2 – rozwiązania duńskie	187
5.4.3. Scenariusz 3 – strategia oparta na teorii neoliberalnej	188
5.4.4. Scenariusz 4 – strategia większej kontroli	190
5.4.5. Scenariusz 5 – strategia efektywnego państwa	192
5.5. Podsumowanie i wnioski	194

Zakończenie 197

Bibliografia 203

Załączniki 211

Spis tabel i rysunków 221

Wstęp

Zgodnie z różnymi szacunkami udział szarej strefy w gospodarce stanowi od kilku do nawet kilkudziesięciu procent PKB w różnych krajach. Problem ten dotyczy również Polski. Świadczy o tym fakt ogłoszenia przez Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową 12 marca 2016 r. „dnem wyjścia z szarej strefy”. Oznacza to, że symbolicznie przez 72 dni w roku cała produkcja krajowa była wytwarzana poza gospodarką rejestrowaną. Wyliczenie to powstało na podstawie prognozy IBnGR wielkości szarej strefy w Polsce na rok 2016, wyznaczonej na poziomie 19,7% PKB.

Analiza wielkości i zmian struktury szarej strefy stanowi bardzo trudne zadanie. Mimo iż badania nad tą tematyką prowadzone są w literaturze ekonomicznej od wielu lat, ciągle niewiele wyników ma charakter trwałych prawidłowości. Jest to związane ze specyfiką gospodarki nierejestrowanej. Jednostki, które działają w szarej strefie, starają się bowiem pozostać nieuchwytnie i niezauważone nie tylko dla organów państwowych, takich jak Państwowa Inspekcja Pracy czy Urząd Skarbowy, lecz także dla wszelkich organizacji, urzędów i stowarzyszeń zajmujących się zbieraniem danych statystycznych. To oraz naturalne wewnętrzne zróżnicowanie rynku pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej powoduje, że w literaturze wciąż nie osiągnięto porozumienia dotyczącego nie tylko sposobów pomiaru, ale nawet definicji i cech szarej strefy.

Aktywność w szarej strefie gospodarki pociąga za sobą określone skutki. Z jednej strony podmioty gospodarcze, które nie rejestrują swojej działalności, nie muszą spełniać licznych, wymaganych przez prawo norm. Ukrywają część zysków bądź zarobków, tym samym unikając opodatkowania. Przynosi to utratę dochodów budżetowych danej gospodarki, zarówno w krótkim, jak i długim okresie. Z drugiej strony podmioty te narażają się na ewentualne sankcje w postaci kar i grzywien, gdyby taka ukryta aktywność została ujawniona. Dodatkowym kosztem może być ostracyzm społeczny związany z pracą „na czarno” lub ukrywaniem zysku i związany z tym dyskomfort moralny.

Jednostki, decydując się na podjęcie ukrytej działalności ekonomicznej, dokonują kalkulacji zysków i strat z niej płynących. Wybierają zatem rozwiązania, które

maksymalizują uzyskane przez nie korzyści. Wpływ na owe wybory poprzez podejmowane decyzje w zakresie polityki gospodarczej i społecznej ma organ sprawujący władzę w gospodarce. Ustala on m.in. konkretne poziomy obciążeń podatkowych, barier biurokratycznych, zakres i uprawnienia instytucji kontrolnych. Oznacza to, że istnieje wiele różnych instytucjonalnych i pozainstytucjonalnych determinant szarej strefy, a sama aktywność nierejestrowana jest szczególnym efektem ścierania się dążeń podmiotów gospodarczych i rządu w danej gospodarce.

Szara strefa może być zatem rozpatrywana jako wynik gier rynkowych toczonych między rządem a podmiotami gospodarczymi, czyli graczami. Można przypuszczać, że są to gry o sumie niezerowej. Sugerują to uwarunkowania prawno-organizacyjne, sprzeczność interesów graczy z jednej strony i pozorność wspólnoty interesów z drugiej.

Celem prezentowanej monografii jest analiza wielkości i zmian strukturalnych szarej strefy pod kątem jej długookresowych determinant oraz mechanizmów jej kształtowania. W analizie zastosowano autorskie, skonstruowane na podstawie istniejących badań, modele zatrudnienia nierejestrowanego i produkcji ukrytej. Uwzględniono w nich możliwie wiele, uznanych w literaturze za kluczowe, długookresowych czynników sprawczych szarej gospodarki. Zgodnie z wiedzą autorki są to najbardziej złożone pod tym kątem modele szarej strefy istniejące w literaturze tematu. Teoretyczne własności matematyczne i ekonomiczne owych modeli zostały szczegółowo przeanalizowane. Dodatkowo, przeprowadzono na nich przykładowe badania empiryczne, opierając się na danych statystycznych dotyczących gospodarki Polski. Dzięki zastosowanym metodom możliwe było także wskazanie rekomendacji dla polityki gospodarczej i społecznej, jak również zbadanie efektywności instrumentów polityki gospodarczej wpływających na wielkość oraz strukturę szarej strefy.

Monografia składa się ze wstępu, pięciu rozdziałów i zakończenia.

Rozdział pierwszy poświęcono analizie definicji szarej strefy gospodarki, z uwzględnieniem jej komponentów – pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej. Omówiono też problem pomiaru rozmiarów gospodarki nieformalnej i dokonano przeglądu licznych badań nad determinantami szarej strefy.

W rozdziale drugim zaprezentowano wybrane – najważniejsze, zdaniem autorki, istniejące w literaturze modele matematyczne szarej strefy. Dokonano również ich krytycznej oceny.

Rozdział trzeci, stanowiący główną część publikacji, zawiera opis konstrukcji dwóch modeli szarej gospodarki: pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej oraz rozwiązania prezentowanych w nich zagadnień optymalizacyjnych. W modelach tych uwzględniono możliwie wiele z wcześniej wyodrębnionych czynników sprawczych gospodarki nierejestrowanej. Otrzymane rozwiązania poddano szczegółowej analizie.

Rozdział czwarty zawiera opis mierników wybranych dla odzwierciedlenia poszczególnych parametrów modeli, które są związane z determinantami szarej

gospodarki. Ponadto zostały w nim ujęte odpowiednie dane dla gospodarki Polski i skalibrowane parametry niemierzalne.

Zaproponowane oszacowania poszczególnych parametrów wykorzystano w rozdziale piątym. Zawiera on przykładową analizę empiryczną bazującą na zaprezentowanych modelach, opartą na symulacjach scenariuszowych potencjalnych strategii polityki gospodarczej. Przeprowadzone eksperymenty pokazały przydatność empiryczną i decyzyjną skonstruowanych modeli matematycznych.

W zakończeniu monografii podsumowano omówione treści.

W trakcie prowadzenia badań nad mechanizmami funkcjonowania szarej gospodarki autorka natknęła się na następujące bariery poznawcze. Po pierwsze, brakuje w literaturze jednomyślności co do definicji szarej strefy. Po drugie, jej pomiar jest niepewny. Po trzecie, nie ma pełnej zgodności co do ostatecznej listy wszystkich determinant tego zjawiska. Po czwarte, istniejące mierniki owych determinant, zwłaszcza tych o charakterze jakościowym, są co najmniej wątpliwe. Stąd główny nacisk w tej pracy został położony na badania teoretyczne, a fragmenty związane z zastosowaniami empirycznymi mają charakter ilustracji, nie zaś badania *stricte* empirycznego przeprowadzonego dla Polski – do ich wyników należy więc podchodzić z dużą ostrożnością. Jak stwierdza J. Gajdka (2008), s. 113:

Tymczasem, jeśli wziąć pod uwagę skalę badań nad tym problemem [zjawiskiem szarej strefy gospodarki – przyp. P. M.], obejmują one przede wszystkim badania nad zakresem zjawiska oraz towarzyszącymi mu patologicznymi postępowaniami, natomiast w znacznie mniejszym stopniu znajdują odbicie w postaci teoretycznych analiz badania, mające na celu wyjaśnienie mechanizmu oraz zachowania się różnych stron działających w szarej strefie w sposób sformalizowany, korzystające z różnego rodzaju ujęć modelowych, charakterystycznych dla dzisiejszych nauk o gospodarce. Stwierdzenie to jest szczególnie prawdziwe w odniesieniu do polskiej literatury przedmiotu, w której istnieje bardzo niewiele prac o tym charakterze.

Autorka stara się niniejszą publikacją wypełnić tę lukę od strony teoretycznej.

Bez względu na poziom trudności oraz kontrowersyjność wyników badań prowadzonych nad zagadnieniem szarej gospodarki, znaczenie tego zjawiska sprawia, że takie analizy są niezbędne i potrzebne. Niestety, w prezentowanej monografii nie udało się uniknąć dużej dozy uznaniowości, która jest nieodłączną częścią badań nad poruszaną tematyką, co obniża potencjalną wartość poznawczą i aplikacyjną opracowania. Odpowiadając jednak na pytanie, czy warto zajmować się tak niepewnym i nieuchwytnym zjawiskiem gospodarczym, w analizie którego korzysta się z szeregu niepotwierdzonych teorii, nieudowodnionych tez i dyskusyjnych założeń, należy jednoznacznie stwierdzić, iż właśnie dlatego należy prowadzić takie badania, by choć odrobinę ograniczyć ową niepewność i niejasność.

W tym miejscu autorka chciałaby złożyć podziękowania wszystkim osobom, które przyczyniły się do udoskonalenia tej książki: koleżankom, kolegom i przełożonym z Katedry Ekonometrii Uniwersytetu Łódzkiego, pracownikom Katedry Ekonomii Matematycznej Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Instytutu Ekonomii UŁ, Katedry Badań Operacyjnych, Finansów i Zastosowań Informatyki Politechniki Wrocławskiej, Pani Profesor Iwonie Konarzewskiej z Katedry Badań Operacyjnych UŁ, a także uczestnikom konferencji „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii” oraz konferencji „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych”. Autorka dziękuje także Panu Profesorowi Witoldowi Kuleszy, kierownikowi Katedry Prawa Karnego UŁ, za długą i owocną rozmowę o aspektach prawnych i społecznych gospodarki nieformalnej.

Osobne podziękowania autorka kieruje do swojego promotora, Pana Profesora Władysława Milo, za inspirację, zachętę do badań i uwagi ogólne. Autorka pragnie też złożyć szczególne podziękowania recenzentom rozprawy doktorskiej – Panu Profesorowi Wojciechowi Maciejewskiemu oraz Panu Profesorowi Krzysztofowi Maladze. Ich cenne uwagi, w miarę możliwości, zostały uwzględnione w monografii i pozwoliły uniknąć wielu błędów i nieścisłości.

Wyrazy wdzięczności autorka kieruje też do swojego Męża, Macieja, który był głównym krytykiem wielu pomysłów i źródłem inspirujących uwag w trakcie pisania tej pracy.

Publikacja monografii została sfinansowana ze środków na badania dla młodych naukowców (kod projektu: B1711200001766.02).

Rozdział 1

Charakterystyka szarej strefy gospodarki

1.1. Definicja szarej strefy gospodarki

Choć szara strefa¹ od lat jest przedmiotem badań nauk społecznych, w tym głównie ekonomicznych, w literaturze nie ma zgodności co do jej jednoznacznej definicji. Co więcej, badacze często utożsamiają wiele innych pojęć ze zjawiskiem szarej strefy. W literaturze ekonomicznej można zatem znaleźć m.in. takie określenia, jak: strefa nierejestrowana, gospodarka podziemna, gospodarka ukryta, gospodarka nieoficjalna, szara gospodarka, produkcja ukryta, czarny rynek, drugi obieg gospodarczy, zacieniona gospodarka, równoległa gospodarka, nierejestrowana gospodarka, praca nierejestrowana, praca „na czarno” (por. m.in. Mróz, 2002, s. 13; Kabaj, 2009a, s. 1; Smuga i in., 2005, s. 5). Często terminy te są używane zamiennie, czasem jednak zawęża się lub poszerza znaczenie któregoś z nich w celu uwypuklenia przedmiotu badania. Na definicję szarej strefy silny wpływ mają również przyjmowane w badaniach szacunki jej wielkości², które narzucają zakres konotacyjny tego pojęcia. Konieczne jest zatem takie precyzyjne zdefiniowanie w obecnym badaniu zjawiska szarej strefy gospodarki, które nie będzie budziło żadnych wątpliwości.

W jednej z fundamentalnych prac nad zjawiskiem szarej strefy Feige (1989) stwierdza, że na gospodarkę podziemną (*underground economy*) składają się wszystkie rodzaje działalności gospodarczej (oraz uzyskiwane z nich dochody) wykonywane przez jednostki, które starają się ukryć je przed obserwacją, regula-

1 W niniejszej monografii pojęcie „szara strefa” jest zastępowane określeniami: szara gospodarka, gospodarka nieformalna, gospodarka nierejestrowana, gospodarka nieoficjalna, gospodarka ukryta, aktywność nierejestrowana, aktywność ukryta, sektor nierejestrowany, sektor nieformalny. Są one traktowane jako jego synonimy. Podobnie termin „praca nierejestrowana” jest zastępowany przez zwroty: praca „na czarno”, praca nieformalna, praca ukryta, praca w szarej strefie, zaś pojęcie „produkcja nierejestrowana” przez określenia: „produkcja ukryta”, „produkcja w szarej strefie”, „produkcja nieoficjalna”, „produkcja nieformalna”.

2 Problem szacowania wielkości szarej strefy zostanie omówiony w następnym podrozdziale.

cjami, opodatkowaniem i zmylić organy państwowe. Określenie to dotyczy wielu różnych obszarów aktywności gospodarczej, takich jak obrót narkotykami, prostytucja, praca „na czarno”, hazard, uchylanie się od opodatkowania, nierejestrowana produkcja. Pomimo swego zróżnicowania – jak zauważa dalej autor – mają one jedną cechę wspólną: celowe i świadome dążenie do pozostania w ukryciu przed administracją publiczną. Feige wyróżnia trzy powiązane ze sobą obszary działalności podziemnej (Feige, 1989, s. 4–5):

- 1) gospodarkę nielegalną (*illegal economy*) – związaną z ukrywaniem dochodów z prowadzenia działalności przestępczej;
- 2) gospodarkę niezgłoszoną (*unreported economy*) – związaną z uchylaniem się od opodatkowania;
- 3) gospodarkę niezarejestrowaną (*unrecorded economy*) – związaną z ukrywaniem działalności przed urzędami statystycznymi;

które w kolejnej pracy Feige (1990) wzbogaca o jeszcze jeden komponent:

- 4) gospodarkę nieformalną (*informal sector*) – związaną z aktywnością gospodarczą, która ze względu na brak rejestracji wolna jest od niektórych opłat formalnych (np. opodatkowania, opłat skarbowych), jednocześnie jej niesformalizowanie uniemożliwia czerpanie pewnych korzyści (np. z dofinansowań rządowych, ubezpieczeń społecznych).

Podobną definicję szarej strefy przyjmują Schneider i Enste (2000), którzy określają ją jako ogół działań gospodarczych przyczyniających się do wytworzenia PKB, a które pozostały niezarejestrowane. Ta bardzo ogólna definicja prowadzi do licznych problemów badawczych, bowiem do nierejestrowanych aktywności gospodarczych należy zaliczyć zarówno działalność legalną ukrytą, jak i nielegalną. Pierwsza z nich obejmuje wszystkie działania podmiotów gospodarczych, które można by było zarejestrować w danej gospodarce, ale m.in. ze względu na obciążenia biurokratyczne, chęć uniknięcia opodatkowania – pozostają ukryte. Należy do nich np. praca nierejestrowana w legalnych sektorach gospodarki. Natomiast aktywność gospodarcza nielegalna związana jest z tworzeniem i obrotem dobrami zakazanymi oraz świadczeniem usług nielegalnych, takich jak produkcja i dystrybucja narkotyków, sutenerstwo, handel bronią zakazaną, handel organami ludzkimi. To zróżnicowanie komponentów wchodzących w skład szarej strefy powoduje trudności w pomiarze zjawiska i określeniu determinant działalności nierejestrowanej. Dodatkowo kłopotliwe jest – jak zauważają autorzy – że część transakcji odbywa się na rynku pieniężnym, część jest związana z wymianą barterową, niektóre mają na celu uniknięcie opodatkowania (*tax avoidance*), a jeszcze inne uchylenie się od opodatkowania (*tax evasion*)³ (Schneider, Ernste, 2000, s. 79). Problema-

3 Szczególnie złożone prawnie i finansowo są działania kryjące się pod nazwą „Panama Papers”, ujawnione 9 maja 2016 r., wskazujące na istnienie łańcuchowo zorganizowanych sieci firm realnych i związanych z nimi firm „wirtualno-słupowych”, skrywających część majątków osób wpływowych politycznie, finansowo lub przestępczo. Dane dotyczą ponad 200 tys. takich firm

tyczne jest również, czy do tak rozumianej szarej strefy należy wliczać produkcję i usługi gospodarstw domowych świadczone na własny użytek (np. tworzenie wzków, gotowanie obiadów, sprząatanie, opiekę nad niepełnosprawnymi) oraz różnego rodzaju niezarejestrowane działalności wolontariackie i *non-profit*.

Głodek (2008) określa szarą gospodarkę jako segment podporządkowany sferze oficjalnej, w której działające podmioty rejestrują swoją aktywność, ale szukają w szarej strefie sposobów podniesienia swojej konkurencyjności na rynku, np. poprzez uniknięcie części opodatkowania. Dzięki temu maleją koszty działalności gospodarczej i w rezultacie rosną możliwości prowadzenia konkurencji cenowej. Na negatywne skutki oddziaływania szarej strefy na wolną konkurencję na rynku zwraca też uwagę w swoim raporcie Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową (Łapiński i in., 2015).

Ze względu na trudność w tworzeniu spójnej i syntetycznej definicji szarej strefy gospodarki, w literaturze ekonomicznej często podaje się definicje enumeratywne (polegające na wymienienu komponentów, które ją tworzą). Przykładowo, Rajewski i Zienkowski (1995) do szarej strefy zaliczyli cztery rodzaje działalności:

- 1) tworzenie dóbr i świadczenie usług zakazanych przez przepisy prawne, np. produkcja narkotyków;
- 2) tworzenie dóbr i świadczenie usług legalnych w danym kraju, ale przez osoby, które nie posiadają stosownych uprawnień, np. usługi dentystyczne świadczone przez osobę bez wykształcenia medycznego;
- 3) tworzenie dóbr i świadczenie usług legalnych, ale nierejestrowanie całości bądź części swej działalności, np. praca „na czarno”, usługi medyczne, usługi artystyczne;
- 4) działalność gospodarcza prywatnych instytucji *non-profit*, której produkty i usługi są ukryte lub trudne do wycenienia, np. działalność Kościołów, towarzystw naukowych, artystycznych.

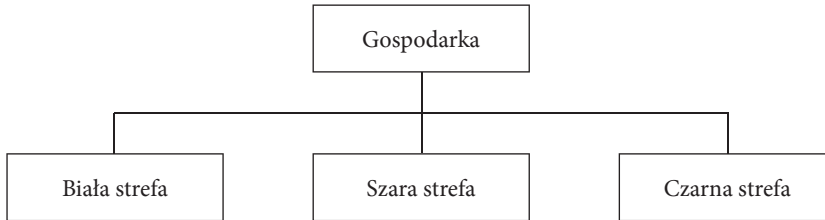
Szulc (2013) stwierdza, że szara strefa składa się z trzech komponentów:

- 1) aktywności – produkcji dóbr i świadczenia usług poza oficjalnym sektorem w celu uniknięcia opodatkowania i innych opłat;
- 2) transakcji – nierejestrowanych płatności, które powinny być zgłoszone stosownym organom, celem np. odprowadzenia podatku VAT;
- 3) dochodów – nierejestrowanie całości bądź części dochodu celem uniknięcia opodatkowania i opłat.

Głodek (2008) proponuje podział gospodarki na trzy strefy (por. rys. 1). W skład białej strefy wchodzi jedynie działania gospodarcze w pełni rejestrowane i zgodne z przepisami prawa. Jej przeciwieństwem jest czarna strefa, która obejmuje aktywności gospodarcze niejawne i niezgodne z regulacjami prawnymi. Natomiast szara strefa jest zjawiskiem pośrednim – zaliczają się do niej działania

z wielu krajów, por. m.in. <https://panamapapers.icij.org/blog/20160509-offshore-database-release.html> [dostęp: 12.05.2016].

gospodarce dozwolone przez prawo i wykonywane przy uzyskaniu wszystkich niezbędnych uprawnień (cecha białej strefy), które jednak pozostają niezgłoszone odpowiednim organom państwowym (cecha czarnej strefy)⁴.



Rysunek 1. Ujęcie przedmiotowe szarej strefy

Źródło: Głodek (2008), s. 16.

Trudności w skonstruowaniu spójnej definicji szarej strefy powodują, że część badaczy, zamiast wyjaśniać jej znaczenie, dokonuje wypunktowania najważniejszych cech szarej gospodarki. Mróz (2002) wymienia wśród nich:

- 1) oparcie istnienia szarej gospodarki na działalności nieoficjalnej i/lub nielegalnej;
- 2) nieobserwowalność zjawisk i mechanizmów składowych;
- 3) nieuchwytność przez statystyki jej wielkości i efektów;
- 4) brak nadzoru i regulacji.

Zdaniem autorki cechy 2) i 3) oraz 4) w wersji „brak stosownego nadzoru i regulacji” mogą odnosić się też do niektórych zjawisk tzw. białej strefy.

Niezwykle rozbudowaną i szczegółową listę cech szarej strefy proponuje prof. Witold Kulesza⁵:

1. Szara strefa służy zaspokajaniu rzeczywistych potrzeb dużych grup społecznych na dobra i usługi, które nie są dostępne poza szarą strefą lub na takie, które są dostępne w sferze oficjalnej, ale po wyższej cenie.

4 Tym niemniej precyzyjne zaklasyfikowanie danej aktywności gospodarczej do jednej, konkretnej strefy w wielu przypadkach może być trudne, co wiąże się z niejednoznacznością i niedookreślonością przepisów prawa.

5 Autorka w tym miejscu pragnie złożyć serdeczne podziękowania Panu prof. zw. dr. hab. Witoldowi Kuleszy, kierownikowi Zakładu Prawa Karnego Materialnego na Wydziale Prawa i Administracji Uniwersytetu Łódzkiego, który swoimi przemyśleniami dotyczącymi zjawiska szarej strefy gospodarki, wynikającymi z wieloletniej praktyki prawa karnego, znacząco wzbogacił wartość prezentowanej monografii. Wymieniane cechy pochodzą z przekazu ustnego, dlatego nie została podana publikacja, z której je zaczerpnięto. Zdaniem autorki szara gospodarka jest interdyscyplinarnym zagadnieniem, stąd w tej kwestii niezwykle cenne są uwagi zgłaszane również przez badaczy dyscyplin innych niż ekonomia, m.in. prawników i socjologów. Więcej o aspektach prawnych nielegalnego zatrudnienia w Polsce znaleźć można m.in. w pracy Drabek (2012).

2. Działalność w szarej strefie nie tworzy kategorii osób mających poczucie bycia pokrzywdzonymi, w szczególności w relacji dostawca – odbiorca.
3. Wykrycie działalności nierejestrowanej jest bardzo utrudnione. Wynika to bezpośrednio z cechy nr 2, albowiem brak kategorii osób szczególnie pokrzywdzonych prowadzi do niewielkiego odsetka zgłoszeń składanych organom ścigania.
4. Szara strefa tworzy własne reguły postępowania w kontaktach dostawca – odbiorca, swoisty kodeks tzw. dobrych w tej strefie zachowań, w którym ważną rolę odgrywa m.in. lojalność, reputacja.
5. Szara strefa wytwarza grupę osób chroniących tę działalność. Zaliczyć do niej należy zarówno jednostki skorumpowane, które zajmują pewne istotne stanowiska (np. urzędnik, policjant), jak również osoby nieskorumpowane, które są przekonane o niecelowości i szkodliwości likwidacji szarej strefy.
6. Nadrzedną rolę w działalności gospodarczej w szarej strefie odgrywa efektywność ekonomiczna (kalkulacja zysków i strat), bowiem głównym celem jest dążenie do maksymalizacji zysku.
7. Rząd nie dąży do zlikwidowania szarej strefy, gdyż pewien jej niezerowy poziom jest korzystny dla gospodarki. Rząd czuwa jednak, aby uczestniczące w szarej gospodarce podmioty nie opanowały rynku i go nie zdominowały.
8. Rząd jednocześnie chroni interesy podmiotów działających w sferze oficjalnej, które legalnie płacą podatki, dlatego też dąży do partycypacji w części dochodów uzyskiwanych w szarej strefie pod postacią m.in. grzywnien.
9. Rząd toleruje występowanie pewnej wielkości szarej strefy, ale jednocześnie chroni zasady uczciwej konkurencji. Aktywność w szarej strefie wiąże się często z przewagą konkurencyjną, która może wyeliminować z rynku legalnie działające podmioty, które rząd próbuje chronić.
10. W szarej strefie unika się stosowania przemocy wobec pracowników i nabywców ze względu na ryzyko pozostawienia śladu. Wyjątek stanowią skrajne przypadki związane z ryzykiem ujawnienia procederu. Jednostki, które donoszą organom ścigania o działalności nierejestrowanej muszą się liczyć ze stygmatyzacją przez społeczność szarej strefy.

Ów dekalog cech jakościowych warto włączyć do listy determinant wpływających na wielkość i dynamikę zmian struktury szarej strefy, a także modelowo sprawdzić ich istotność empiryczną, np. w klasie liniowych modeli ilościowo-jakościowych opisujących tę część gospodarki.

Warto nadmienić, iż szara strefa nie jest zjawiskiem jednowymiarowym, wyłącznie niekorzystnym dla gospodarki. Oprócz szeregu strat, które powoduje, generuje też pewne korzyści ekonomiczne zarówno dla podmiotów zaangażowanych w działalność nierejestrowaną, jak i z perspektywy całej gospodarki. Jest to aspekt często pomijany w literaturze tematu. Znakomity wyjątek stanowi praca

Kabaja (2009a). Autor dokonuje w niej wypunktowania kosztów i korzyści zatrudnienia nierejestrowanego. Wśród korzyści wymienia m.in. szansę aktywizacji zawodowej (osób długotrwale bezrobotnych, marginalnych zasobów pracy, osób o niskich kwalifikacjach), zwiększanie dochodów i podniesienie poziomu życia oraz obniżenie kosztów pracy. Z kolei Pater (2009) zauważa, że praca nierejestrowana poszerza rynek pracy, tworząc nowe miejsca zatrudnienia. Uzyskane w szarej strefie dochody są też często wydatkowane w gospodarce oficjalnej (popyt konsumpcyjny wzrasta), dzięki czemu mogą być tworzone nowe miejsca pracy w sferze oficjalnej. Co więcej, wydatki pochodzące z aktywności nierejestrowanej zwiększają przychody budżetowe rządu, bowiem od zakupionych towarów i usług odprowadzany jest podatek. Autor wśród korzyści płynących z zatrudnienia nierejestrowanego wymienia również obniżenie ryzyka ekonomicznego pracodawców związanego z zatrudnieniem rejestrowanym.

Komentując różne definicje szarej gospodarki, które pojawiają się w literaturze ekonomicznej, Mróz (2002) na podstawie ich analizy wyciąga wniosek, że nie istnieje jedna definicja, która spotkałaby się z akceptacją wszystkich badaczy i możliwe, że nigdy taka nie powstanie. Wynika to, według niego, ze specyfiki zjawisk z nią związanych i niesłychanego zróżnicowania jej form, które sprawiają, że różni badacze jako przedmiot zainteresowania przyjmują odmienne obszary i komponenty szarej gospodarki. Co więcej, często w badaniach empirycznych definicja narzucana jest przez miernik szarej strefy wykorzystywany w analizach. W związku z powyższymi uwagami autor wypunktowuje jedynie najczęstsze kontrowersyjne kwestie związane z definicją szarej strefy (Mróz, 2002, s. 22):

1. Czy do szarej strefy należy zaliczyć produkcję własną gospodarstw domowych służącą zaspokojeniu wewnętrznych potrzeb?
2. Czy do szarej strefy powinno się zaliczać działalność nielegalną (oraz które jej przejawy)?
3. Czy do szarej strefy powinno się zaliczać jedynie wytworzoną w niej wartość dodaną, czy też transfery powodujące redystrybucję dochodów?

Interesujące rozróżnienie wprowadzają Rajewski i Zienkowski (1995). Zwracają oni uwagę na dwa problemy związane z definicją szarej strefy. Pierwszy z nich dotyczy konieczności rozgraniczenia produkcji w szarej gospodarce (w wyniku której tworzone są produkty i świadczone są usługi) od transferów (które polegają jedynie na przepływie środków pieniężnych i dóbr). Jedynie faktycznie wytwarzana produkcja powinna być wliczana do PKB, gdyż transfery nie kreują nowej produkcji oraz zniekształcają rzeczywisty obraz wielkości PKB danej gospodarki. Jak jednak zauważają autorzy, ze względu na trudność pomiaru i wyodrębnienia transferów jest to na razie konstrukt teoretyczny. Drugi problem wiąże się z trudnością sklasyfikowania działalności gospodarczej prywatnych instytucji *non-profit*, które ze względu na swój ukryty charakter (z punktu widzenia dostępności danych statystycznych) wliczane są do szarej

strefy. Jako przykład można tu podać różne organizacje społeczne, Kościoły, które nie mają obowiązku przedstawiania sprawozdań statystycznych ze swojej działalności. Nie spełniają one klasycznej definicji szarej strefy, bo sprawują działalność legalną i zarejestrowaną w danym kraju, jednak ze względu na brak danych dotyczących wartości wytworzonych dóbr i usług przypisuje się im informacyjnie ukryty charakter. Krytykując niektóre badania, Poławski (2009) zauważa, że dyskusyjne jest poddawanie analizom tylko jednego obszaru szarej strefy, np. pracy nierejestrowanej, gdyż nie oddaje to w pełni istoty szarej gospodarki i wydaje się dość naiwnym podejściem.

Na interesujący problem definicyjny zwraca uwagę w swojej pracy Giza-Poleszczuk (2009). Zauważa ona, że inne jest potoczne rozumienie pojęcia szarej strefy (w tym głównie pracy nierejestrowanej), a zupełnie inne naukowe. W języku potocznym praca nierejestrowana nazywana jest często „dorabianiem sobie, chałturzeniem, pracą po godzinach, radzeniem sobie, lewizną, fuchą” (Giza-Poleszczuk, 2009, s. 20), a wszystkie te określenia są w środowisku uczestników szarej strefy nacechowane pozytywnie i świadczą o zaradności życiowej oraz są powodem do dumy. Co więcej, bywa, że podmioty gospodarcze nie są świadome uczestniczenia w szarej gospodarce. Natomiast zgodnie z definicją naukową działalność nierejestrowana ma wydźwięk negatywny, polega bowiem na łamaniu przepisów prawa i podlega penalizacji. Ważne jest zatem, zwłaszcza przy przeprowadzaniu badań ankietowych, by dobrze zdefiniować zjawisko szarej strefy, tak aby połączyć te dwa podejścia, nie budząc nieufności osoby badanej, ale i nie sugerując jej odpowiedzi.

Główny Urząd Statystyczny w Polsce stosuje definicję szarej strefy gospodarki zgodną z zaleceniami Eurostatu (*Wdrożenie Europejskiego Systemu...* 2014, s. 12–13) wynikającymi z Systemu Rachunków Narodowych SNA-93 oraz jego następnej wersji SNA2008⁶. W tym celu został stworzony termin „gospodarka nieobserwowana” (*Non-Observed Economy*), który obejmuje wszelkie działania gospodarcze nieobserwowalne:

- 1) działalność w szarej strefie (*underground production*) – obejmuje aktywności gospodarcze, które są legalne w danym kraju, ale które nie zostały w całości bądź części zarejestrowane ze względu na:
 - dążenie do uniknięcia obciążeń podatkowych,
 - dążenie do uniknięcia składek na ubezpieczenie społeczne,
 - nieprzestrzeganie wymogów prawa pracy, takich jak warunki pracy, płaca minimalna, czas pracy,
 - dążenie do uniknięcia procedur biurokratycznych;
- 2) działalność nielegalną (*illegal production*) – dotyczy tworzenia dóbr i świadczenia usług zakazanych w danym kraju (np. produkcja narkotyków) lub wykonywanych przez jednostki, które nie posiadają do tego sto-

6 A także jego europejskiego odpowiednika ESA2010.

sownych uprawnień (np. świadczenie usług medycznych bez stosownego wykształcenia);

- 3) działalność sektora nieformalnego lub działalność gospodarstw domowych na własny użytek⁷ (*informal sector production* lub *household production for own final use*) – produkcja sektora nieformalnego (*Measuring the Non-Observed Economy...* 2002, s. 162) związana jest z sektorem gospodarstw domowych, które całkowicie odpowiadają za wszelkie zobowiązania finansowe i niefinansowe podejmowane w ramach tej działalności. Jednostki te działają zazwyczaj na małą skalę, nie mają sztywnych reguł organizacyjnych. Stosunki pracy – jeśli istnieją – są głównie nieformalne, oparte na pokrewieństwie lub osobistych i społecznych relacjach, a nie na prawnych umowach. Głównym celem produkcji nierejestrowanej jest dostarczenie dochodów i pracy osobom zaangażowanym w tę aktywność⁸. Natomiast działalność gospodarstw domowych na własny użytek związana jest z produkcją prywatną służącą zaspokojeniu potrzeb członków gospodarstwa domowego (m.in. uprawa roślin i hodowla zwierząt, płatne usługi domowe, utrzymanie mieszkania).

W związku z tym GUS zawęził definicję szarej strefy, ograniczając ją jedynie do nierejestrowanej legalnej działalności gospodarczej. Istotą tak rozumianej szarej gospodarki jest świadome działanie podmiotów gospodarczych celem uzyskania korzyści ekonomicznych i biurokratycznych wymienionych w definicji.

Warto jeszcze wspomnieć, że dotychczas polski urząd statystyczny zajmował się mierzeniem rozmiarów jedynie legalnej części gospodarki nieobserwowanej (*Rachunki narodowe [...] 2009–2012*, s. 365), podobnie jak większość innych krajów europejskich. Natomiast od 2014 r. GUS ma obowiązek szacowania również działalności nielegalnych i uwzględniania ich w rachunkach narodowych⁹. Jest to związane z utworzeniem nowego ogólnosiwiatowego Systemu Rachunków Narodowych SNA2008 oraz jego odpowiednika dla krajów UE – ESA2010¹⁰. Wliczanie do PKB działalności nielegalnej i półlegalnej wzbudza wiele kontrowersji¹¹, świadczy bowiem o tym, że im większe

7 W oryginalnej wersji poradnika OECD te dwie formy aktywności gospodarczej zostały rozgraniczone, natomiast GUS dokonał ich połączenia.

8 W zaproponowanej definicji nie dokonano jednak wyraźnego rozróżnienia między działalnością sektora nieformalnego a szarą strefą oraz działalnością gospodarstw domowych na własny użytek, co znacząco utrudnia zrozumienie istoty sektora nieformalnego.

9 Jako priorytet dla gospodarki Polski ustalono próbę oszacowania działalności związanej z prostytucją, rynkiem narkotyków i przemytem (głównie papierosów).

10 Podstawę prawną stanowi Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE nr 549/2013 z dnia 21 maja 2013 r. (obowiązujące od września 2014 r.).

11 Pełne sprawozdanie z posiedzenia Naukowej Rady Statystycznej, podczas której debatowano nad tym problemem, można znaleźć w pracy Majsterek (2014).

są rozmiary produkcji nielegalnej, tym zamożniejsze jest dane społeczeństwo. Poza tym zwraca się uwagę m.in. na niebezpieczeństwo podwójnych szacunków (wynikające z nieprecyzyjnych definicji komponentów gospodarki nieobserwowanej), wątpliwość związaną z możliwością porównywania danych pomiędzy różnymi krajami (wynikającą ze specyficznego prawodawstwa), zbyt dużą dozę dowolności w przeprowadzaniu szacunków działalności nielegalnej, fragmentaryczność danych i wątpliwą ich jakość oraz liczne, często dyskusyjne, założenia przyjmowane przy szacowaniu działalności nielegalnej. Tym niemniej, pierwsze próby określenia wielkości działalności nielegalnej sugerują, iż stanowiła ona w Polsce ok. 0,79% PKB w 2013 r. (*Wdrożenie Europejskiego Systemu...*, 2014, s. 17), czego lwiał część zajmował rynek narkotyków (0,6% PKB).

W tej monografii **przyjęto definicję szarej strefy** w brzmieniu zaproponowanym przez GUS¹²: „Szara gospodarka obejmuje działania produkcyjne w sensie ekonomicznym, całkowicie legalne (pod względem spełniania norm i regulacji prawnych), ale ukrywane przed władzami publicznymi z następujących przyczyn:

- aby uniknąć płacenia podatku dochodowego, podatku od wartości dodanej (VAT) i pozostałych podatków,
- aby uniknąć płacenia składek na ubezpieczenie społeczne,
- aby uniknąć stosowania wymogów prawa, takich jak płaca minimalna, maksymalny czas pracy, warunki bezpieczeństwa pracy,
- aby uniknąć procedur administracyjnych, takich jak wypełnianie kwestionariuszy statystycznych i innych formularzy” (*Rachunki narodowe [...] 2010–2013*, s. 269).

W skład tak zdefiniowanej szarej gospodarki wchodzi:

- 1) szara gospodarka z tytułu wykonywania pracy nierejestrowanej (**praca nierejestrowana**) – „pod pojęciem pracy nierejestrowanej należy rozumieć:
 - pracę najemną wykonywaną bez nawiązania stosunku pracy;
 - pracę na własny rachunek, jeśli z tytułu prowadzonej działalności gospodarczej nie są realizowane obowiązki finansowe wobec państwa (np. podatki)” (*Praca nierejestrowana w Polsce...*, 2015, s. 8).
- 2) szara gospodarka w jednostkach zarejestrowanych (**produkcja ukryta**) – pod pojęciem produkcji nierejestrowanej należy rozumieć „wytwarzanie [w jednostkach zarejestrowanych] wyrobów lub świadczenie usług, których wytwarzanie nie jest zabronione przez prawo, jednakże są one świadomie ukrywane przed organami administracji państwowej (podatkowymi, celnymi, ubezpieczeń społecznych, statystycznymi)” (*Szara strefa gospodarki...*, 1995, s. 11).

¹² Jest to związane z wykorzystaniem oficjalnych statystyk GUS w badaniach empirycznych, omówionych w rozdziałach czwartym i piątym.

Wykorzystanie powyższych, węższych definicji pozwala na uniknięcie niektórych problemów. Z przedmiotu zainteresowania została wykluczona działalność nielegalna oraz produkcja na potrzeby własne gospodarstw domowych. Dzięki temu analizowane sektory pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej są mniej zróżnicowane. Pozwala to skupić się na analizie ich specyficznych determinant i kształtujących je mechanizmach. Co więcej, unika się wtedy niektórych problemów pomiarowych. Na strukturę szarej strefy gospodarki składa się zatem praca nierejestrowana i produkcja ukryta, a zatem w niniejszej publikacji pod pojęciem zmian struktury szarej strefy należy rozumieć wzrost bądź spadek wielkości wyłącznie tych dwóch komponentów.

1.2. Metody pomiaru szarej strefy

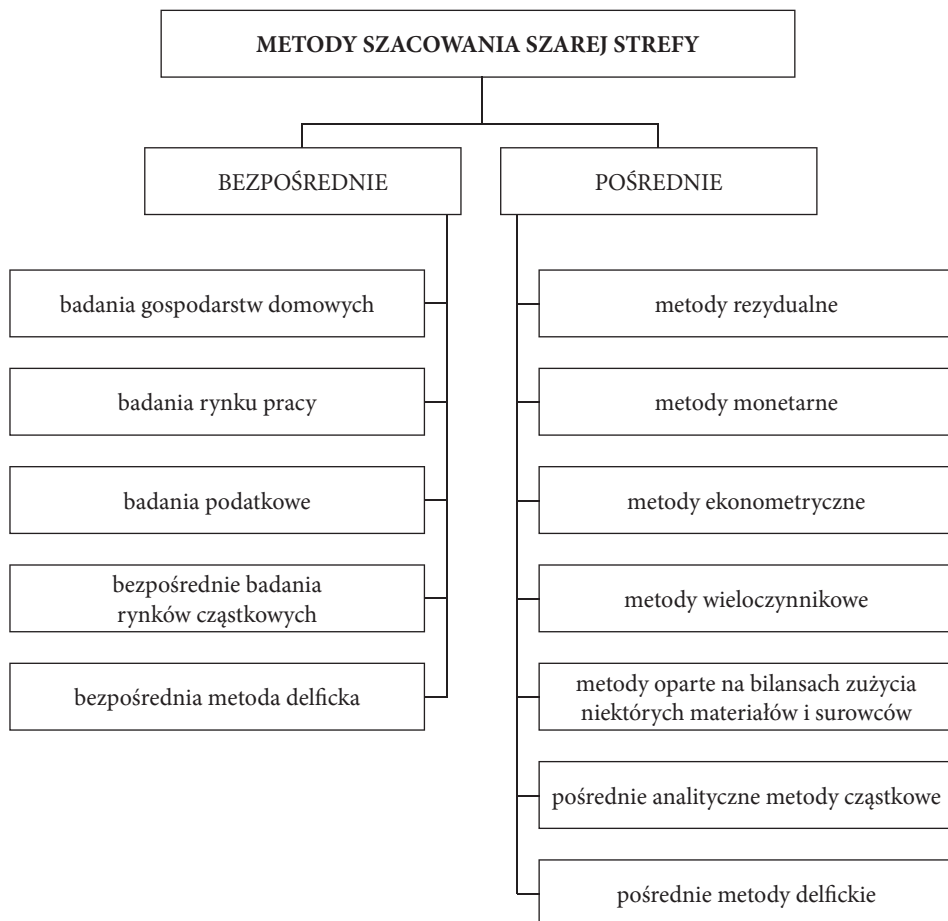
Szacowanie wielkości szarej strefy związane jest z licznymi problemami. Już z samej definicji wynika, że aktywność nierejestrowana charakteryzuje się dążeniem jednostek do uniknięcia wszelkiego ewidencjonowania. W rezultacie dane dotyczące szarej gospodarki są albo niedostępne, albo cechują się niską wiarygodnością ze względu na swoją fragmentaryczność, wybiórczość i nieudolne odzwierciedlanie rzeczywistości.

Dodatkowy problem wiąże się z brakiem spójnej teorii ekonomicznej, na której można by było oprzeć próby kwantyfikowania wielkości szarej strefy (Mróz, 2002). Ponadto nie ma też zgodności definicyjnej – część badaczy stosuje szeroką definicję szarej gospodarki, a inni znacznie ją zawężają (Schneider, Enste, 2000). Rodzi się zatem pytanie, czy powstałe w ten sposób wskaźniki służą do mierzenia tego samego zjawiska lub tych samych wielkości ekonomicznych.

Co więcej, odmienne prawodawstwo w różnych krajach utrudnia porównania międzynarodowe. Na przykład w Polsce do szarej gospodarki zaliczana jest prostytutka, zaś sutenerstwo i stręczycielstwo do działalności nielegalnej. Są jednak kraje, w których prostytutka jest zakazana, a zatem nie jest wliczana do szacunków szarej gospodarki¹³.

Pomimo wspomnianych problemów, w literaturze ekonomicznej można znaleźć szereg różnych propozycji mierzenia wielkości szarej strefy gospodarki. Najważniejsze z nich zostały przedstawione na rys. 2.

13 O pewnych aspektach związanych z tymi różnicami można przeczytać w pozycji: *Measuring the Non-Observed Economy – a Handbook* (2002).



Rysunek 2. Sposoby mierzenia szarej strefy gospodarki

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Schneider, Enste (2000), Mróz (2002), Smuga (2005), Cichocki (2006).

Zgodnie z najpopularniejszą klasyfikacją metody pomiaru szarej strefy gospodarki można zatem podzielić na dwie grupy.

A. Metody bezpośrednie

Bezpośrednie metody polegają na badaniu osób bezpośrednio zaangażowanych w działalność nierejestrowaną, uczestników szarej gospodarki. Najczęściej odbywa się to za pomocą ankiet, wywiadów, analiz oświadczeń (np. podatkowych),

obserwacji uczestniczących itp. (Schneider, Enste, 2000; Feige, 1990). Do najpopularniejszych metod bezpośrednich należą:

- badanie gospodarstw domowych, najczęściej przeprowadzane za pomocą ankiet – w Polsce takie badania stosuje m.in. GUS w ramach modułu „Praca nierejestrowana w Polsce”;
- badanie rynku pracy, które opiera się na przeróżnych badaniach ankietowych zarówno sektora pracodawców, jak i pracobiorców;
- badanie podatkowe, polegające m.in. na skrupulatnych kontrolach zeznań podatkowych, ocenach ekspertów fiskalnych i pracowników urzędów skarbowych;
- bezpośrednie badanie rynków cząstkowych, w których analizie poddaje się pewne części gospodarki (jej wybrane wycinki), np. rynek narkotyków, za pomocą m.in. *case study*, badań terenowych, obserwacji uczestniczących;
- bezpośrednia metoda delficka, polegająca na tworzeniu szacunków na podstawie opinii i ocen ekspertów szarej gospodarki.

W przypadku metod bezpośrednich dzięki koncentrowaniu się na podmiotach działających w szarej strefie możliwe jest uzyskanie szczegółowych informacji związanych z tą aktywnością, np. poznanie przyczyn i motywów działania jednostek, ich opinii i poglądów, doświadczeń i przemyśleń. Badania bezpośrednie ukazują również strukturę zjawiska oraz społeczno-demograficzne cechy zbiorowości podmiotów zaangażowanych w działalność nierejestrowaną (Szulc, 2013). Są to najistotniejsze zalety tej grupy metod.

Niestety, stosując metody bezpośrednie, trzeba się również liczyć z możliwością, że badane jednostki, ze względu na obawę przed konsekwencjami, nie będą chciały przyznać się do aktywności nierejestrowanej, przez co analiza będzie niepełna i bardzo wybiórcza (Thomas, 1999). Również w przypadku potwierdzenia prowadzenia działalności w szarej strefie udzielone odpowiedzi mogą być nieprawdziwe i nie odwzorowywać rzeczywistych zachowań podmiotów. Jest to związane z możliwością wystąpienia tzw. filtru świadomościowego, który polega na ukrywaniu i przekłamywaniu przez respondentów ich związku z szarą strefą ze względu na strach przed konsekwencjami i penalizacją (Mróz, 2002; Smuga i in., 2005).

W przypadku metod bezpośrednich istnieje zatem podejrzenie, że otrzymane szacunki szarej strefy są zaniżone. Niektórzy badacze sugerują nawet, iż jest to przybliżenie jej minimalnych rozmiarów (por. Cichocki, 2006).

B. Metody pośrednie (wskaźnikowe)

Metody pośrednie opierają się na założeniu, iż aktywność nierejestrowana, jak każda działalność gospodarcza, pozostawia pewien ślad w gospodarce. Jest on widoczny w różnych wskaźnikach i danych ekonomicznych, za pomocą których

próbuje się oszacować wielkość szarej strefy. Do najczęściej wykorzystywanych metod pośrednich należą:

- metody rezydualne, w których zakłada się, że różnica pomiędzy deklarowanym a rzeczywistym stanem gospodarki jest wynikiem aktywności nierejestrowanej – należy do nich m.in. analiza rozbieżności pomiędzy wydatkami i deklarowanymi dochodami albo analiza różnic między oficjalnym i faktycznym zatrudnieniem w gospodarce (Schneider, Enste, 2000);
- metody monetarne, polegające na analizie śladu pozostawionego przez obieg pieniądza w gospodarce – m.in. metoda Gutmanna, metoda transakcyjna, metoda popytu na pieniądź (Feige, 1979; Frey, Pommerehne, 1984; Thomas, 1999; Schneider, Enste, 2000);
- metody ekonometryczne, stanowiące próbę określenia zależności pomiędzy wybranymi zmiennymi i szarą gospodarką za pomocą np. miękkiego modelowania lub modeli regresji ze zmiennymi nieobserwowalnymi;
- metody oparte na bilansach zużycia niektórych materiałów i surowców – polegające na porównywaniu zaobserwowanego w gospodarce zużycia materiałów i surowców z deklarowaną aktywnością gospodarczą i wynikającą z niej eksploatacją, np. analiza zużycia energii elektrycznej (Schneider, Enste, 2000);
- metody wieloczynnikowe, które opierają się na założeniu, że istnieje wiele przyczyn i wiele skutków aktywności nierejestrowanej, np. MIMIC (*Multiple Indicators Multiple Causes*) (Schneider, Enste, 2000);
- pośrednie analityczne metody cząstkowe, które polegają na analizowaniu wybranego segmentu gospodarki np. poprzez szczegółowe inspekcje;
- pośrednie metody delfickie, w których próba szacowania wielkości szarej gospodarki opiera się na wykorzystaniu ocen i opinii ekspertów.

Szacowanie szarej strefy za pomocą metod pośrednich, w odróżnieniu od bezpośrednich, uważane jest za bardziej wiarygodne, bowiem opiera się na oficjalnych wskaźnikach ekonomicznych, a nie na dyskusyjnych danych pochodzących z deklaracji badanych jednostek¹⁴ (Cichocki, 2006). Pozyskanie informacji jest dużo łatwiejsze i tańsze, zaś otrzymane w rezultacie wyniki, ze względu na swój zagregowany charakter, pozwalają wyznaczyć nie tylko wielkość szarej strefy, ale i jej dynamikę. Dodatkowo, liczne metody pośrednie charakteryzują się prostotą techniczną i łatwością stosowania (Mróz, 2002).

Do wad metod pośrednich należy wysoki stopień zagregowania szacunków. W związku z tym nie dostarczają one informacji o strukturze szarej strefy lub cechach jednostek zaangażowanych w aktywność nierejestrowaną. W przypadku metod rezydualnych pomijany jest fakt, iż obliczane różnice w faktycznych

¹⁴ Oczywiście, można mieć wątpliwości co do wiarygodności oficjalnych wskaźników ekonomicznych, które stanowią wyłącznie pewne przybliżenie, jednak mniej zależne chociażby od filtru świadomościowego badanych jednostek z uwagi na prawo wielkich liczb i agregację danych.

i deklarowanych wielkościach makroekonomicznych mogą być wynikiem działania innych czynników, niezwiązanych z szarą gospodarką, bądź też nawet wynikać z błędu szacunku. W wielu metodach pośrednich próbuje się wyjaśnić aktywność nierejestrowaną za pomocą pojedynczego czynnika, np. wyłącznie zużycia energii elektrycznej, wyłącznie obiegu pieniądza w gospodarce, a przecież jest wiele działalności ukrytych, które nie zużywają prawie w ogóle energii elektrycznej. Metody ekonometryczne i wieloczynnikowe są z kolei bardzo mocno zależne od przyjętych założeń i hipotez oraz charakteryzują się znacznym subiektywizmem w doborze wskaźników.

Znakomite przykłady prac nad tą tematyką znaleźć można zarówno w polskiej literaturze (m.in. Mróz, 2001, 2002; Smuga, 2005; Cichocki, 2006; Szulc, 2013), jak i zagranicznej (np. *Measuring the Non-Observed Economy...*, 2002; Feige, 1990; Schneider, Enste, 2000). Przedstawiono w nich bardzo dokładny, wyczerpujący opis poszczególnych metod szacunku szarej strefy, ale też w sposób krytyczny wypunktowano wady i zalety każdej z nich. Aby nie powielać analiz, które zostały już wykonane, w obecnej książce autorka ograniczyła się wyłącznie do krótkiego zaprezentowania metod i zasygnalizowania głównych problemów związanych z szacowaniem rozmiarów szarej gospodarki¹⁵.

Warto jeszcze wspomnieć, że w ostatnich latach największą popularnością cieszą się szacunki wykonywane wieloczynnikową metodą pośrednią MIMIC (*Multiple Indicators Multiple Causes*). Jej główną zaletą jest uwzględnienie w analizie wielu przyczyn i wielu potencjalnych efektów aktywności nierejestrowanej. W jej aplikacji wykorzystuje się analizę czynnikową służącą do oszacowania wielkości szarej strefy jako zmiennej nieobserwowalnej. Pomimo jej popularności, znana jest w literaturze polemika pomiędzy F. Schneiderem, który tę metodę stosuje i rozwija¹⁶, a T. Breuschem, który dość ostro ją krytykuje, zarzucając jej m.in. niestabilność oszacowań, wątpliwe i uznaniowe przejście na wartości absolutne czy subiektywny dobór wskaźników przyczyn i efektów (por. m.in. Breusch, 2005).

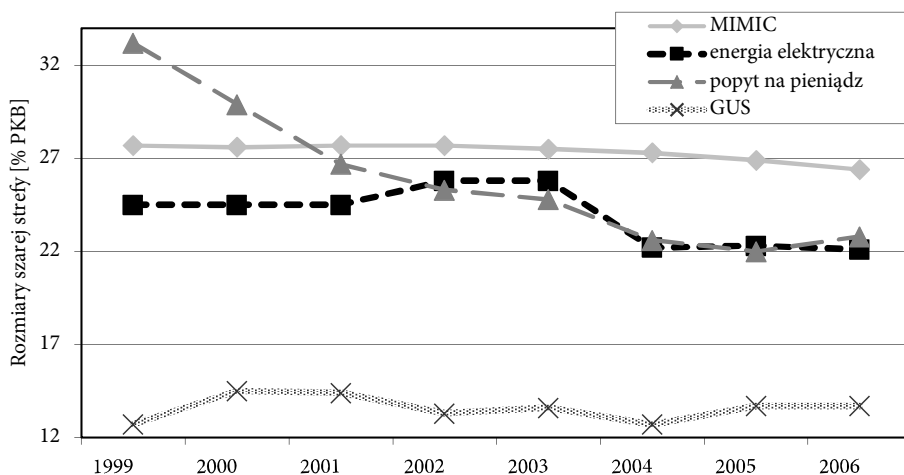
Do dziś jednak nie powstała niepodważalna i bezdyskusyjna metoda szacunku, która zostałaby zaakceptowana przez całe środowisko naukowe. Każda z nich ma liczne wady, opiera się na pewnych założeniach upraszczających lub subiektywnych wskaźnikach. Aby zilustrować ten problem, na rys. 3 przedstawiono wykres szacunków szarej gospodarki dla Polski w latach 1999–2006, uzyskanych za pomocą czterech różnych metod: szacunków GUS, metody wieloczynnikowej MIMIC, metody ekonometrycznej opartej na energii elektrycz-

15 Należy wspomnieć, że celem tej monografii nie jest pomiar szarej strefy. Jednak w dalszej analizie empirycznej wykorzystywane są pewne szacunki pracy i produkcji nierejestrowanej, dlatego w celu przeprowadzenia ich w sposób świadomy, dokonano krótkiego, krytycznego przeglądu metod pomiaru.

16 Szacunki pracy nierejestrowanej metodą MIMIC dla Polski znaleźć można m.in. w pracy Szulc (2013).

nej oraz na popycie na pieniądź. Na rys. 4 zaprezentowano natomiast bardziej aktualne oszacowania szarej strefy dla Polski za lata 2003–2013 za pomocą wyłącznie dwóch metod – stosowanej przez GUS i metody MIMIC, wybranych ze względu na dostępność danych.

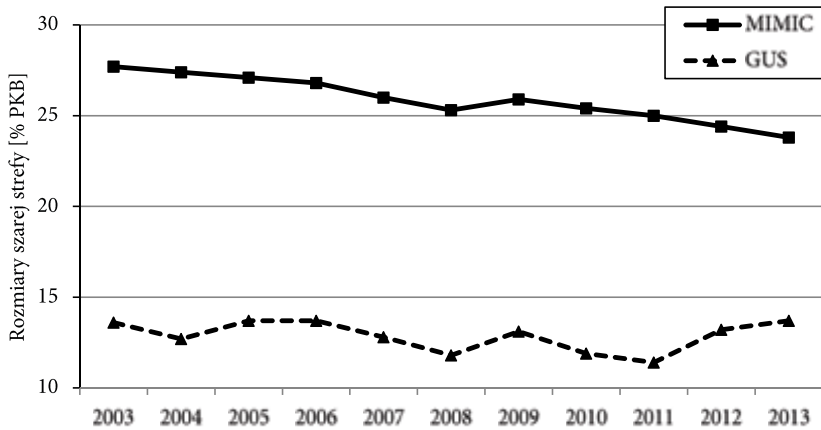
Analizując rys. 3 i 4, należy zauważyć, że różne metody szacowania wielkości szarej gospodarki generują wyniki, które się znacznie od siebie różnią. Zgodnie z metodą MIMIC szara strefa w Polsce w latach 1999–2006 wahała się od ok. 26,4 do 27% PKB, metodą opartą na energii elektrycznej: od ok. 22,1 do 25,8% PKB, metodą opartą na popycie na pieniądź: od ok. 22 do 32,2% PKB, zaś na podstawie metody stosowanej przez GUS: od ok. 12,7 do 14,5% PKB. Trudno zatem wnioskować, jakie rzeczywiście były rozmiary szarej gospodarki w Polsce i czy stanowią one kilkanaście, czy też raczej kilkadziesiąt procent PKB. Warto oczywiście odnotować, że szacunki tworzone przez GUS są znacznie niższe od tych uzyskiwanych pozostałymi metodami. Trudno jednak stwierdzić, czy to dane GUS są niedoszacowane (i o ile), czy też może pozostałe szacunki zawyżają wielkość szarej gospodarki¹⁷ (i ewentualnie – o ile). Podobne wątpliwości pojawiają się w przy analizie rys. 4.



Rysunek 3. Szacunki szarej gospodarki w Polsce w latach 1999–2006 za pomocą różnych metod

Źródło: bazy danych GUS, Bednarski i in. (2008), Schneider i in. (2010).

¹⁷ Por. m.in. Takala, Viren (2012), Viren (2015). Przykładowo, w raporcie Instytutu Badań nad Gospodarką Rynkową (IBnGR) *Szara strefa w polskiej gospodarce w 2016 roku* na s. 27 pojawia się sugestia, że „w ocenie wielu ekspertów zajmujących się szarą strefą szacunki prof. Schneidera dotyczące rozmiarów tego zjawiska w poszczególnych krajach europejskich są nieco zawyżone”.



Rysunek 4. Szacunki szarej gospodarki w Polsce w latach 2003–2013 za pomocą różnych metod

Źródło: bazy danych GUS, Schneider (2013).

Jeszcze więcej kontrowersji niż przy ocenie poziomu szarej gospodarki pojawia się przy analizie dynamiki jej zmian¹⁸. Zarówno na rys. 3, jak i rys. 4 wyraźnie widać odmienne kierunki zmian wielkości szarej strefy gospodarki – bazując na niektórych szacunkach, można zaobserwować tendencję wzrostową na wybranych odcinkach czasu, a bazując na innych – malejącą. Przykładowo, od roku 2009 zgodnie z oszacowaniami metodą MIMIC szara strefa systematycznie malała, natomiast według danych GUS rozmiary aktywności nierejestrowanej malały wyłącznie do roku 2011, zaś następnie zaczęły wzrastać, osiągając w 2013 r. wyższą wartość niż w roku 2009. Kierunki zmian szarej strefy wynikające z różnych szacunków zaprezentowano w tab. 1, gdzie: „+” oznacza dodatnią stopę wzrostu, „-” ujemną, zaś „0” brak zmian.

Tabela 1. Kierunki zmian szarej gospodarki w Polsce w latach 2000–2013 wynikające z różnych mierników aktywności nierejestrowanej

Rok	GUS	MIMIC	Energia elektryczna	Popyt na pieniądź
2000	+	-	0	-
2001	-	+	0	-
2002	-	0	+	-
2003	+	-	0	-
2004	-	-	-	-

¹⁸ Zagadnienie analizy dynamiki szeregów czasowych zostało opisane w wielu monografiach, por. m.in. Milo (1990).

Rok	GUS	MIMIC	Energia elektryczna	Popyt na pieniądz
2005	+	-	+	-
2006	0	-	-	+
2007	-	-		
2008	-	-		
2009	+	+		
2010	-	-		
2011	-	-		
2012	+	-		
2013	+	-		

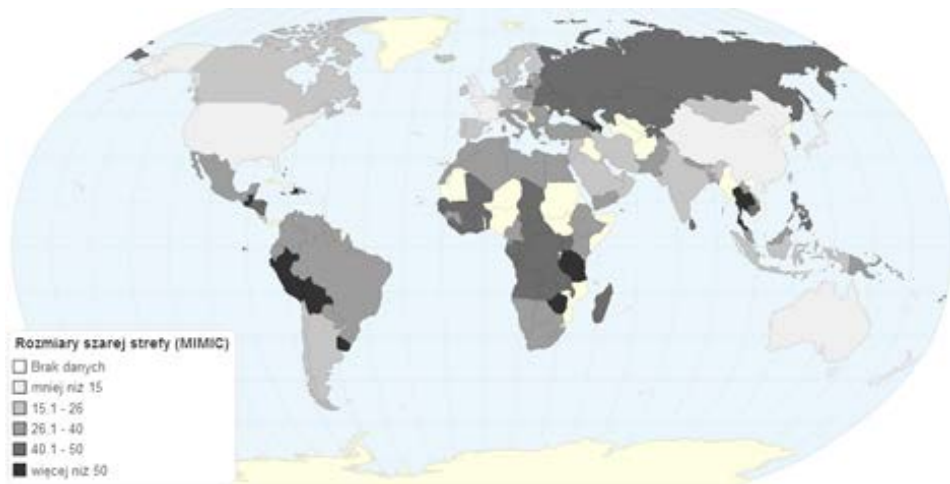
Oznaczenia: „+” – dodatnia stopa wzrostu, „-” – ujemna stopa wzrostu, „0” – brak zmian.

Źródło: obliczenia własne na podstawie baz danych GUS, Bednarski i in. (2008), Schneider i in. (2010), Schneider (2013).

Thomas (1999) ostro krytykuje sposób podejścia do pomiaru szarej gospodarki. Twierdzi, że coraz częściej szacowanie szarej strefy i znalezienie magicznej liczby odpowiadającej jej wielkości staje się celem samym w sobie. Tworzone są kolejne metody, w których zapomina się o podstawach teoretycznych, pomija determinanty szarej gospodarki i jej strukturę, przyjmuje nierealistyczne założenia. Otrzymana w ten sposób wielkość bardzo często przyjmowana jest bezrefleksyjnie jako odzwierciedlenie stanu szarej gospodarki, choć sama liczba nie niesie żadnej informacji (Czy to za dużo? Za mało? Z czego to wynika?). Choć szacunki powstają bez rozważenia odpowiednich mikroekonomicznych konsekwencji, to na ich podstawie często wysnuwane są nieuprawnione wnioski dla polityki gospodarczej.

Z powyższej analizy wynika wniosek, iż posługując się szacunkami szarej strefy gospodarki, należy zachować szczególną ostrożność interpretacyjną. Miernik idealny, niestety, nie istnieje. Każda z metod pomiaru ma swoje mocne, ale i słabe strony. Dostępne szacunki wielkości szarej gospodarki stanowią zatem wyłącznie przybliżenie jej wartości. Co więcej, trudno ocenić, na ile są one trafne. Jeszcze więcej wątpliwości pojawia się w przypadku szeregów czasowych wielkości szarej gospodarki. Niektóre mierniki tej wielkości generują wyniki świadczące o tendencji wzrostowej, podczas gdy inne wskazują na spadek lub brak zmian jej rozmiarów. Wątpliwości związane z dynamiką zmian tych wielkości skłoniły autorkę niniejszej książki do posłużenia się w dalszych badaniach uśrednionymi danymi, a nie szeregami czasowymi dla szarej gospodarki.

Na zakończenie podrozdziału poświęconego zagadnieniu pomiaru, na rys. 5 zaprezentowano średnie szacunki wielkości szarej gospodarki na świecie za lata 1999–2007, dokonane za pomocą metody MIMIC. Stanowi to ilustrację zróżnicowania skali analizowanego zjawiska w różnych krajach.



Rysunek 5. Rozmiary szarej strefy na świecie w % PKB (średnia za lata 1999–2007) oszacowane metodą MIMIC

Źródło: Schneider i in. (2010).

1.3. Przegląd badań nad determinantami szarej strefy

Bazując na szacunkach szarej strefy gospodarki, można zauważyć, że jest to zjawisko o bardzo odmiennej skali intensywności w zależności od analizowanego kraju (por. rys. 5). Da się znaleźć gospodarki, w których sektor nieformalny stanowi zaledwie kilka procent PKB danego kraju (np. Stany Zjednoczone, Japonia) oraz takie, w których połowa produktu krajowego wytwarzana jest w szarej strefie (np. Boliwia, Gruzja, Ukraina, Tanzania). Pojawia się zatem pytanie o przyczyny różnicujące wielkość tego zjawiska w różnych gospodarkach.

W literaturze ekonomicznej można odszukać opisy licznych badań nad determinantami szarej gospodarki, przeprowadzonych za pomocą różnych metod statystycznych, ekonometrycznych czy ankietowych. Lista najczęściej wymienianych determinant szarej strefy w każdej z tych prac jest podobna.

Analizując literaturę tematu, Williams (2014) zauważa, iż różnice w skali wielkości szarej strefy na świecie w większości badań są tłumaczone na gruncie jednej z trzech koncepcji teoretycznych:

- a) teorii modernizacji (*modernization theory*) – w teorii tej zakłada się, że występowanie szarej gospodarki jest efektem niedostatecznego rozwoju

gospodarczego, przestarzałego systemu biurokratycznego i niemodernizowanych metod produkcji; zgodnie z tą koncepcją determinant szarej strefy należałoby zatem szukać m.in. w tempie wzrostu gospodarczego, poziomie rozwoju technologicznego czy też konkurencyjności danej gospodarki;

- b) teorii neoliberalnej (*neoliberal theory*) – według tej koncepcji szara strefa gospodarki występuje na skutek wysokich podatków i nadmiernych, skomplikowanych przepisów i regulacji, które ograniczają swobodne działanie mechanizmu rynkowego; w oparciu o tę teorię siłą napędową szarej gospodarki jest zatem m.in. wysokość obciążeń podatkowych, stopień zbiurokratyzowania państwa;
- c) teorii ekonomii politycznej (*political economy theory*) – w przeciwieństwie do teorii neoliberalnej w tej koncepcji zakłada się, że aktywność nierejestrowana powstaje jako efekt niewystarczającej interwencji rządu w gospodarkę i niedostatecznych gwarancji pracowniczych i opieki społecznej; zgodnie z tym podejściem do determinant szarej strefy zaliczyć można m.in. poziom nierówności dochodowych, wysokość transferów społecznych.

Jak zauważają Williams i Horodnic (2015), w powyższych teoriach uwaga skupiona jest jednak na warunkach prowadzenia działalności gospodarczej na poziomie całego kraju, a w związku z tym nie da się wytłumaczyć, dlaczego niektóre z podmiotów (działające w jednakowych warunkach gospodarczych) decydują się na aktywność nierejestrowaną, a inne nie. Zdaniem autorów koncepcja *tax morale* jednostek mogłaby wytłumaczyć te odmienne decyzje.

W specjalnej edycji badań Eurobarometru z 2014 r. *Praca nierejestrowana w Unii Europejskiej (Undeclared Work...*, 2014, s. 67–71, T39–T41) proszono ankietowane osoby z różnych krajów UE, wykonujące pracę nierejestrowaną w ciągu ostatnich 12 miesięcy, o wybranie, który z wymienionych powodów zachęcił je do tej aktywności¹⁹. Wśród podanych przyczyn (możliwe były wskazania wielokrotne) respondenci ze wszystkich krajów UE (z Polski)²⁰ najczęściej wybierali odpowiedź:

- obie strony umowy korzystają na tym: 50% wskazań wśród mieszkańców UE (37% wskazań w Polsce);
- brak możliwości znalezienia zatrudnienia rejestrowanego: 21% wskazań (31%);
- zbyt wysokie podatki i/lub składki na ubezpieczenia społeczne: 16% wskazań (16%);
- brak innych źródeł dochodu: 15% wskazań (13%);
- praca nierejestrowana jest powszechną praktyką w danym regionie lub sektorze działalności, więc nie ma dla niej rzeczywistej alternatywy: 14% wskazań (22%);

19 Warto wspomnieć, że do wykonywania aktywności nierejestrowanych poza regularnym zatrudnieniem przyznało się wyłącznie 4% wszystkich respondentów (w Polsce 3%).

20 Badanie dla Polski zostało przeprowadzone na reprezentatywnej próbie 1000 mieszkańców przez TNS OBOP od kwietnia do maja 2013 r.

- biurokracja związana z drobną lub okazjonalną działalnością jest zbyt rozbudowana lub zbyt skomplikowana: 11% wskazań (0%);
- osoba, dla której praca „na czarno” była świadczona, nalegała na jej nierejestrowanie: 10% wskazań (2%);
- trudno jest żyć z zasiłków pomocy społecznej: 8% wskazań (20%);
- biurokracja związana z regularną działalnością jest zbyt rozbudowana lub zbyt skomplikowana: 7% wskazań (17%);
- możliwość poproszenia o wyższe wynagrodzenie za wykonywaną pracę: 6% wskazań (9%);
- rząd nic nie robi dla mnie, więc dlaczego mam płacić podatki: 6% wskazań (8%);
- inne: 8% wskazań (4%).

W poprzedniej edycji badań Eurobarometru z 2007 r. (*Undeclared Work...*, 2007, s. 26–27; QB30, s. 128) uzyskano podobne rezultaty, do częstych wskazań należała też odpowiedź: „To jest wyłącznie praca sezonowa, a więc nie warto jej deklorować”, którą wybrało 23% respondentów ze wszystkich krajów Unii Europejskiej i 18% badanych osób z Polski.

Niepokojący w obu edycjach badania Eurobarometru jest niski odsetek osób, które zadeklarowały wykonywanie w ciągu ostatnich 12 miesięcy pracy nierejestrowanej (średnio dla UE-27 5% i dla Polski 5% w 2007 r. oraz średnio dla UE-27 4% i dla Polski 3% w 2013 r.). Pomimo zapewnień osoby przeprowadzającej wywiad o całkowitej anonimowości badania, obawa przed ewentualnymi konsekwencjami sprawia, że respondenci mogą zatajać nierejestrowaną aktywność gospodarczą, przez co otrzymane statystyki mogą być zaniżone. Warto również zwrócić uwagę na fakt, iż respondenci często podają przyczyny, które zdają się usprawiedliwiać taką działalność: zgoda obu stron transakcji i czerpanie obopólnych korzyści (a zatem nikt na tym nie traci, nikt nie jest wykorzystywany) lub krótki okres wykonywania pracy, który umniejsza jej znaczenie. Rzadziej wskazywane były przyczyny związane z opłacalnością pracy nierejestrowanej – np. unikaniem obciążeń podatkowych, biurokracji, możliwością otrzymania wyższego wynagrodzenia. Badani Polacy często natomiast tłumaczą się brakiem innych możliwości – niemożnością znalezienia regularnej pracy, powszechnością tej formy zatrudnienia i brakiem innych alternatyw, niewystarczającymi zasiłkami pomocy społecznej. Otrzymane wyniki dla Polski nasuwają wniosek, że praca nierejestrowana jest koniecznością, a nie wyborem jednostek²¹.

Wyniki te są zgodne z rezultatami otrzymanymi przez GUS podczas badania modułowego „Praca nierejestrowana w Polsce”. Respondenci²² wśród przyczyn

21 Należy mieć na względzie również taką możliwość, że respondenci chcą się w ten sposób usprawiedliwić i ich deklaracje nie mają wiele wspólnego z rzeczywistością.

22 Zarówno ci, którzy zadeklarowali wykonywanie pracy nierejestrowanej, jak i wszyscy badani.

podejmowania pracy „na czarno” najczęściej wymieniali brak możliwości znalezienia pracy i niewystarczające dochody. W drugiej kolejności wskazywano na wysokie składki ubezpieczeniowe, podatki oraz możliwość uzyskania wyższych dochodów bez rejestrowania stosunku pracy. Wyniki dla Polski pochodzące z badań kwestionariuszowych z lat 2004, 2009, 2010 i 2014 zaprezentowane zostały w tab. 2.

Tabela 2. Opinie na temat przyczyn podejmowania pracy nierejestrowanej w Polsce wszystkich badanych osób oraz osób deklarujących wykonywanie pracy nierejestrowanej (P)

Przyczyna	2004		2009		2010		2014	
	ogółem [%]	P [%]	ogółem [%]	P [%]	ogółem [%]	P [%]	ogółem [%]	P [%]
Niewystarczające dochody	42,1	44,8	34,7	44,7	44,7	37,6	39,6	35,7
Brak możliwości znalezienia pracy	57,3	68,1	39,3	49,6	53,1	51,8	58,9	64,0
Pracodawca proponuje wyższe wynagrodzenie bez rejestrowania umowy o pracę	16,3	21,4	17,7	29,3	24,0	28,3	24,6	32,6
Wynika to z sytuacji rodzinnej bądź życiowej	5,0	8,0	4,9	6,9	6,4	9,6	6,5	5,6
Podatki zniechęcają do rejestrowania dochodów	11,9	13,4	12,6	21,9	14,8	17,8	13,2	13,4
Wysoka składka ubezpieczeniowa	19,1	22,3	15,2	21,8	17,5	22,7	20,5	21,2
Niechęć wiązania się na stałe z miejscem pracy	0,4	0,8	0,9	2,5	1,1	2,6	1,0	-
Możliwość utraty niektórych świadczeń przy podjęciu pracy rejestrowanej	6,8	6,9	5,9	7,6	7,2	6,8	8,1	7,0

Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów GUS „Praca nierejestrowana w Polsce” w 2004, 2009, 2010, 2014 r.

Największą wadą badań ankietowych jest niepewność związana z jakością otrzymanych wyników. Nie ma bowiem żadnej gwarancji, że respondenci udzielają odpowiedzi zgodnych z rzeczywistością i własnym przekonaniem. Jest to szczególnie ważny problem w przypadku badań dotyczących delikatnych tematów, do których z pewnością należy aktywność nierejestrowana, a zatem uzyskane wyniki trzeba traktować z dużą dozą ostrożności. Otrzymane rezultaty świadczą bowiem o deklarowanych przyczynach podjęcia aktywności nierejestrowanej, które wcale

nie muszą się pokrywać z faktycznymi powodami przyświecającymi działaniom jednostek. Może to wynikać z obawy respondentów przed przedstawieniem siebie w niekorzystnym świetle lub z braku anonimowości badania i jego ewentualnych konsekwencji. Ważne jest zatem, aby w poszukiwaniu determinant szarej strefy posługiwać się nie tylko wynikami badań ankietowych, ale też wnioskami płynącymi z analiz ekonometrycznych i statystycznych²³.

Wyniki kilkunastu różnych badań empirycznych nad determinantami szarej strefy zebrał i podsumował F. Schneider. Przegląd dotyczy wyłącznie tych badań, w których korzystano z szacunków szarej strefy opartych na metodzie popytu na pieniądź lub MIMIC. Pogrupowano je na dwie części – prace, w których uwzględniono czynnik *tax morale*²⁴ (12 badań) oraz te, w których go nie uwzględniono (22 badania), co zaprezentowano w tab. 3.

Tabela 3. Główne przyczyny wzrostu szarej strefy

Zmienna	Wpływ na szarą strefę [w %]*	
	(a)	(b)
Podatki i składki na ubezpieczenia społeczne	35–38	45–52
Jakość instytucji publicznych	10–12	12–17
Regulacje rynku pracy	7–9	7–9
Transfery społeczne	5–7	7–9
Usługi sektora publicznego	5–7	7–9
<i>Tax morale</i>	22–25	–
Wpływ wszystkich czynników	84–98	78–96

(a) – średnia wartość z 12 badań; (b) – średnia wartość z 22 badań empirycznych.

* Znormalizowany lub zestandaryzowany średni wpływ zmiennej z (a) 12 badań i (b) 22 badań.

Źródło: Schneider (2009), za: Schneider, Williams (2013).

Na podstawie analizy wyników autor stwierdził, że istnieje kilka czynników, które wyjaśniają od 84 do 98% (78–96% w przypadku próby 22 badań) zmienności szarej strefy. Wśród nich najistotniejszy wpływ na wielkość szarej gospodarki wywierają odpowiednio obciążenia podatkowe i składki na ubezpieczenia społeczne, *tax morale* społeczeństwa, jakość instytucji publicznych, regulacje rynku pracy, transfery społeczne oraz usługi sektora publicznego.

23 Choć tu oczywiście pojawia się wspomniany w podrozdziale 1.2 problem doboru wiarygodnego wskaźnika szarej strefy gospodarki.

24 Czynnik *tax morale* zostanie dokładnie omówiony w podrozdziale 1.3.6.

Autorka niniejszej publikacji, na podstawie przeprowadzonego przeglądu literatury tematu, również stworzyła listę determinant szarej strefy, które najczęściej pojawiają się w badaniach ekonomicznych. Należą do nich następujące czynniki:

- a) obciążenia podatkowe i parapodatkowe;
- b) biurokracja oraz regulacje prawa pracy;
- c) korupcja;
- d) jakość instytucji publicznych;
- e) działanie organów kontrolnych i wysokość kary;
- f) *tax morale* społeczeństwa;
- g) stopa bezrobocia oraz transfery społeczne;
- h) nierówności płacowe;
- i) inne, np. poziom IQ, religia, kapitał społeczny,

które zostaną dokładnie omówione w kolejnych podrozdziałach.

1.3.1. Obciążenia podatkowe i parapodatkowe

Obciążenia z tytułu podatków to jedna z najczęściej wymienianych determinant szarej strefy gospodarki²⁵. Wpływ opodatkowania i składek na ubezpieczenia społeczne wydaje się bardzo intuicyjny – wraz ze wzrostem obciążeń podatkowych atrakcyjność sektora oficjalnego gospodarki maleje, podmioty gospodarcze muszą bowiem odprowadzać coraz to większą pulę środków do budżetu państwa. W rezultacie wolna od opodatkowania szara strefa staje się coraz bardziej konkurencyjną sferą gospodarki, co zachęca jednostki do przeniesienia tam swojej działalności lub nierejestrowania dochodów. Potwierdzenie powyższej zależności znaleźć można m.in. w pracy Schneidera (1997). Opisano tam badania ekonometryczne wykazujące dodatni, istotny statystycznie wpływ obciążenia podatkowego na wielkość szarej strefy. Oddziaływanie to jest jednakowe zarówno w przypadku podatków bezpośrednich, jak i pośrednich. Podobne wyniki otrzymali Bovi i Dell'Anno (2010). Na podstawie oszacowań przeprowadzonych na próbie panelowej dla krajów OECD stwierdzili, że wraz ze wzrostem stóp podatkowych można spodziewać się większego udziału szarej strefy w PKB. Rezultaty te potwierdziło m.in. badanie ekonometryczne Enste (2010). Estymacje z wykorzystaniem zmiennej *tax burden* wskazują jednoznacznie na pozytywny wpływ wzrostu obciążeń podatkowych na wielkość szarej strefy.

Jednak w literaturze ekonomicznej znaleźć można liczne badania, które przeczą tej – wydawałoby się oczywistej – dodatniej zależności pomiędzy opodatkowaniem a wielkością szarej strefy gospodarki.

25 Uwagi dotyczące wpływu systemu podatkowego na wielkość szarej strefy można znaleźć m.in. w pracy Krajewskiej (2012). Oczywiście polityka fiskalna wpływa nie tylko na poziom aktywności nierejestrowanej – obszerniej o jej roli i skuteczności przeczytać można np. w publikacji Konopczyńskiego (2006).

Kabaj (2009a) na podstawie prostej analizy statycznej dla 2004 r., obejmującej dziesięć krajów Europy Centralnej i Wschodniej, pokazuje, że nie ma wyraźnej korelacji pomiędzy opodatkowaniem i wielkością szarej strefy gospodarki. Są kraje, takie jak np. Słowenia, w których odnotowano najniższe rozmiary opodatkowania (22% PIT, 16% CIT) i relatywnie wysoki udział szarej gospodarki w PKB, natomiast w Rumunii i Bułgarii podatki były na średnim poziomie, zaś szara strefa osiągnęła rekordowe rozmiary. Autor konkluduje, że istnieje wiele innych czynników poza opodatkowaniem, które wpływają na aktywność nierejestrowaną. Wśród nich wymienia tradycję, kulturę oraz nastawienie władzy do działalności ukrytej.

Ponadto Kabaj (2009a) weryfikuje tezę o wpływie kosztów pracy na wielkość aktywności nierejestrowanej. Bazując na szacunkach szarej strefy i kosztów pracy, autor podzielił 23 państwa UE na dwie grupy: kraje o relatywnie wysokich oraz o niskich rozmiarach sektora nieoficjalnego. Średnie rozmiary szarej strefy w pierwszym zbiorze wyniosły 3,8% PKB, zaś w drugim 19,1%. Następnie autor obliczył przeciętny poziom kosztów pracy w tych grupach. Okazało się, że są one prawie identyczne i wynoszą odpowiednio 37,1% oraz 37,9%, co nie potwierdza związku szarej aktywności z kosztami pracy.

Analizę korelacji pomiędzy opodatkowaniem i szarą strefą na dużo większej próbie krajów znaleźć można w pracy Aruoba (2010). Autor zmierzył związek pomiędzy rozmiarami sektora nieformalnego i (1) wskaźnikiem łącznego opodatkowania *total tax rate* dla 34 państw²⁶ oraz (2) przychodami podatkowymi dla 97 krajów²⁷. W obu przypadkach otrzymał ujemny współczynnik korelacji, równy odpowiednio $-0,50$ i $-0,34$. Dodatkowo wyznaczył jego wartość przy wykorzystaniu innego miernika szarej aktywności²⁸, w celu zbadania odporności uzyskanych wyników – również otrzymał korelację ujemną, równą od $-0,20$ do $-0,51$. Te dość zaskakujące rezultaty, wskazujące na ujemną zależność (lub jej brak) pomiędzy wielkością sektora nierejestrowanego i wysokością obciążeń podatkowych, Aruoba tłumaczy sugestią, iż obecnie determinant szarej strefy należałoby poszukiwać wśród czynników pozaekonomicznych, które tworzą otoczenie prawno-organizacyjne dla prowadzenia działalności gospodarczej w danym kraju. Jako przykład podaje jakość instytucji publicznych (*institutions*), która jego zdaniem stanowi główną siłę napędową szarej gospodarki. Znajduje to potwierdzenie w danych: współczynnik korelacji pomiędzy *institutions* (mierzoną współczynnikiem *Rule of Law*) a wielkością sektora nieformalnego²⁹ wyznaczony dla 118 krajów przyjmuje wyraźną wartość ujemną, równą $-0,72$.

26 Dane uśredniono za lata 1999–2002, w miarę ich dostępności.

27 Dane uśredniono za lata 1998–2004.

28 W pierwszym przypadku wykorzystane zostały szacunki F. Schneidera, wyznaczone za pomocą metody DYMIMIC i popytu na pieniądź, zaś jako miernik alternatywny – dane pochodzące ze Światowego Forum Ekonomicznego, obliczone za pomocą metody bezpośredniej.

29 Należy podkreślić, że na podstawie współczynnika korelacji można wnioskować wyłącznie o współzależności pomiędzy jakością instytucji publicznych a szarą gospodarką, a nie o zależności przyczynowo-skutkowej.

Podobne wyniki uzyskali Elgin i Solis-Garcia (2015). Autorzy przeprowadzili badanie statystyczne i ekonometryczne, w którym przeanalizowali wpływ zmiennej *tax burden*³⁰ na rozmiar szarej strefy³¹. Dane stanowiły niezbilansowany panel obejmujący 152 kraje na przestrzeni 9 lat. W badaniu oszacowano parametry kilkunastu modeli, zarówno jedno-, jak i wielorównaniowych, za pomocą różnych metod estymacji. Wyniki wskazują na istotny statystycznie, ujemny wpływ wysokości obciążeń podatkowych na wielkość szarej strefy.

Cichocki (2009) na podstawie szacunków kwartalnych dla Polski za lata 1995–2007 i funkcji reakcji na impuls pokazuje, że wpływ zmiany stopy podatkowej na wielkość szarej strefy zależy od rodzaju opodatkowania. W przypadku podatków pośrednich wzrost ich efektywnej stopy prowadzi do zwiększenia aktywności nierejestrowanej, zaś podniesienie opodatkowania bezpośredniego zmniejsza jej skalę. Autor, niestety, nie komentuje uzyskanych wyników i nie próbuje wyjaśnić mechanizmu, który tłumaczyłby reakcję szarej strefy gospodarki na dane impulsy.

Na zróżnicowany wpływ opodatkowania pośredniego i bezpośredniego zwraca uwagę Gołębiowski (2007). Opisuje wyniki badań przeprowadzonych w latach 1969–1994 w Nowej Zelandii, z których wynika, że zmiana struktury opodatkowania polegająca na zwiększeniu udziału podatków pośrednich (przy stałym łącznym opodatkowaniu) prowadzi do znacznego ograniczenia wielkości szarej gospodarki. Jednak ów spadek mógłby być jeszcze większy, gdyby znacznie obniżono wielkość ogólnego opodatkowania bez zmiany w jego strukturze, polegającej na przesunięciach pomiędzy pośrednim i bezpośrednim opodatkowaniem³². Autor stwierdza ponadto, iż „Zbyt prostym byłoby jednak założenie, że wystarczy obniżyć podatki [...] wzrost szarej strefy powinien skłaniać do spojrzenia na cały sektor publiczny i prowokować do szeroko rozumianej konsolidacji fiskalnej, zarówno po stronie wydatkowej, jak i dochodowej”.

Wpływ wysokości obciążeń podatkowych na szarą strefę może być zaburzony przez zjawisko iluzji fiskalnej, na co zwracają uwagę Buehn i in. (2013). Iluzja fiskalna sprawia, że w danej gospodarce podatnicy błędnie postrzegają wysokość faktycznie ponoszonego ciężaru podatkowego i w rezultacie zniekształcony jest proces podejmowania decyzji. Czynnikiem sprzyjającym tworzeniu przez rządzących zjawiska iluzji fiskalnej jest stopień skomplikowania systemu podatkowego – dużo łatwiej ukrywa się opodatkowanie pośrednie od bezpośredniego. Nie bez znaczenia jest też poziom wykształcenia społeczeństwa: im jednostki są bardziej wyedukowane, tym łatwiej rozumieją procesy zachodzące w gospodarce i oceniają wysokość efektywnej stopy opodatkowania. Narzędziem służącym rządzącym do zniekształcania rzeczywistych obciążeń podatkowych może być także finanso-

30 Dane zaczerpnięte zostały z Government Finance Statistics z MFW.

31 Oszacowane za pomocą metody MIMIC przez F. Schneidera.

32 Oczywiście wyniki te mogą nie znaleźć bezpośredniego przełożenia na polską gospodarkę, ale warto mieć je na uwadze przy badaniu związku opodatkowania i szarej strefy.

wanie wydatków rządowych za pomocą długu publicznego, a nie z przychodów podatkowych. Wówczas jednostki, przekonane o znacznych zwrotach z podatków w postaci dóbr i usług publicznych, łatwiej akceptują aktualny system podatkowy. Autorzy pokazują na podstawie badania dla 104 krajów i modelu MIMIC z dwoma zmiennymi ukrytymi, że wraz ze wzrostem stopnia iluzji fiskalnej szara strefa gospodarki maleje. W pracy zaprezentowano też zależność odwrotną – wraz ze wzrostem skali aktywności nierejestrowanej stopień iluzji fiskalnej rośnie.

Podsumowując powyższe rozważania, można powiedzieć, że wpływ wysokości opodatkowania na szarą strefę nie jest jednoznaczny. Wyniki badań są mocno zależne od wykorzystywanych mierników, analizowanej grupy krajów czy rozpiętości czasowej badania. Dodatkowy problem wiąże się z formą opodatkowania – zupełnie inaczej mogą oddziaływać podatki pośrednie i bezpośrednie. Co więcej, wpływ opodatkowania na decyzje jednostek może być zaburzony poprzez występowanie zjawiska iluzji fiskalnej. Nie należy zapominać, iż w przypadku efektywnie działającego rządu, który generuje znaczne dobra i usługi publiczne, podatki mogą być postrzegane przez społeczeństwo jako stymulanta do prowadzenia działalności oficjalnej, jednak zależy to od *tax morale* jednostek, co dokładniej zostanie omówione w podrozdziale 1.3.6.

1.3.2. Biurokracja oraz regulacje prawa pracy

Wysokość obciążeń biurokratycznych to kolejna niewątpliwa determinanta szarej strefy, wymieniana praktycznie we wszystkich badaniach nad tym zagadnieniem. Im większy jest w danej gospodarce stopień skomplikowania przepisów prawnych, im więcej wymogów i regulacji muszą spełnić jednostki, aby móc zarejestrować i prowadzić swoją działalność gospodarczą, tym chętniej będą się przenosić do szarej strefy. Dotyczy to również regulacji związanych z rynkiem pracy, m.in. przepisów BHP, maksymalnego wymiaru czasu pracy, obowiązków ubezpieczeniowych itp. Nadmierna biurokracja stanowi zatem siłę napędową sektora nieoficjalnego. W literaturze ekonomicznej znaleźć można liczne prace potwierdzające tę zależność (m.in. Schneider, Enste, 2000; Torgler, Schneider, 2009; Loayza i in., 2006).

Interesującą analizę tego zjawiska przedstawiono w pracy Friedmana i in. (2000). Autorzy stwierdzają, że główną przyczyną przechodzenia przedsiębiorstw do sfery nierejestrowanej nie są podatki, ale nadmierne zbiurokratyzowanie i korupcja. Jak tłumaczą, wielu przedsiębiorców jest w stanie zaakceptować fakt, iż musi odprowadzać pewną część swoich zysków w postaci podatków, których wielkość jest przez nich odbierana jako rozsądna. Nie są oni jednak w stanie zaakceptować wrogiego otoczenia ekonomicznego, które sprawia, że prowadzenie działalności gospodarczej staje się bardzo niepewne. W takiej gospodarce istnieje ryzyko, iż do danego przedsiębiorstwa w każdym momencie może przyjść na inspekcję skorumpowany urzędnik, który wykryje pewne nieprawidłowości (może

to być dowolna błahostka, o którą przy skomplikowanym systemie prawnym nie trudno, np. niespełnienie drobnego przepisu przeciwpożarowego). Może on wówczas zażądać łapówki, dzięki której „przymknie oko” na złamanie danej regulacji, natomiast jeżeli przedsiębiorca odmówi zapłaty – zamknąć firmę lub nałożyć na nią pokaźną karę, co będzie się wiązało ze znacznymi stratami dla przedsiębiorstwa. W dalszej części omawianej książki autorzy za pomocą metody najmniejszych kwadratów (MNK) oraz metody zmiennych instrumentalnych oszacowali parametry modelu ekonometrycznego i na ich podstawie stwierdzili istnienie statystycznie istotnego pozytywnego wpływu zwiększenia stopnia zbiurokratyzowania na wielkość szarej strefy. Otrzymane wyniki są odporne na wybór miernika jakości regulacji prawnych i administracyjnych.

1.3.3. Korupcja

W literaturze ekonomicznej wśród czynników pozaekonomicznych wpływających na wielkość szarej gospodarki często wymienia się zjawisko korupcji. Aby określić kierunek jej oddziaływania na aktywność nierejestrowaną, konieczne jest jednak określenie rodzaju korupcji. Jako wynik badań empirycznych weryfikujących hipotezę o kierunku i sile wpływu korupcji na szarą strefę część badaczy otrzymała zależność dodatnią (m.in. Dutta i in., 2011; Buehn, Schneider, 2009), inni zaś – ujemną (np. Johnson i in., 1997).

Propozycję wyjaśnienia tych odmiennych wyników można znaleźć w pracy Drehera i Schneidera (2010). Wspomniani autorzy stawiają hipotezę, że oddziaływanie korupcji na szarą gospodarkę jest zależne od poziomu rozwoju gospodarczego analizowanego kraju, a dokładniej:

- 1) w przypadku krajów rozwiniętych szara strefa i korupcja są względem siebie substytucyjne;
- 2) w przypadku krajów rozwijających się sektor nieformalny i korupcja są zjawiskami komplementarnymi.

Rozróżnienie na kraje o wysokich i niskich dochodach³³ jest związane z odmiennym charakterem zjawiska korupcji, która w nich występuje. W grupie krajów relatywnie zamożnych bardziej rozwinięty jest system sądownictwa, organy ścigania działają efektywniej, rozwijana i wspierana jest praworządność, większą wagę przykłada się do egzekwowania umów prawnych. Ogranicza to znacznie szansę podmiotów gospodarczych natrafienia na urzędnika, którego można by było przekupić. W związku z tym jednostki mają ograniczoną możliwość prowadzenia aktywności nierejestrowanej. Najczęściej dotyczy ona wyłącznie małych przedsiębiorstw i niewielkich przedsięwzięć – drobnej i okazjonalnej działalności dodat-

³³ Jako próg graniczny oddzielający te dwie grupy krajów przyjęto dochód narodowy brutto *per capita* na poziomie 3255 USD.

kowej (np. nierejestrowanie części produkcji lub świadczenie usług prywatnie po godzinach pracy), którą łatwiej jest ukryć. W krajach rozwiniętych szacuje się, że wielkość korupcji jest zdecydowanie niższa niż w grupie państw rozwijających się. Co więcej, jeżeli podmiot gospodarczy proponuje łapówkę, to ma ona na celu zapewnienie mu wygranej w przetargu, uzyskania licencji, zezwolenia itp. Wszystkie te aktywności mają za zadanie umożliwienie mu wejścia do sfery oficjalnej gospodarki lub też poprawienie warunków funkcjonowania w niej (np. zwiększając konkurencyjność danej jednostki) – a zatem wraz ze wzrostem zjawiska korupcji działalność nierejestrowana maleje.

Zupełnie inaczej przedstawia się sytuacja w przypadku krajów rozwijających się, które nie osiągnęły jeszcze wysokiej jakości instytucji publicznych i nie wykształciły efektywnie działającego wymiaru sprawiedliwości. W takich państwach udział skorumpowanych urzędników jest zdecydowanie wyższy. Pozwala to jednostkom na prowadzenie działalności gospodarczej w szarej strefie w większym wymiarze – często zdarza się nawet, iż duże przedsiębiorstwa w całości pozostają w ukryciu. Aktywność nierejestrowana w tych krajach jest zatem często działalnością główną, a nie dodatkową, co wiąże się z większą szansą jej dostrzeżenia i wykrycia. W przypadku kontroli nierejestrujące swej aktywności podmioty próbują przekupić urzędnika, aby przymknął oko na uprawiany przez nie proceder. A zatem propozycje korupcyjne są związane z tym, aby dana jednostka mogła dalej w szarej strefie pozostać – korupcja i sektor nieformalny są względem siebie komplementarne.

Autorzy weryfikują te hipotezy za pomocą badania przekrojowego dla 98 krajów (za lata 1999–2002) przy użyciu KMNK³⁴ oraz 2MNK (metody zmiennych instrumentalnych). Wyniki nie okazały się jednak odporne na wybór miernika. Wyłącznie w przypadku bardzo konkretnego wskaźnika korupcji wyznaczonego za pomocą metody MIMIC udało się potwierdzić hipotezę 2).

Bazując na omówionej publikacji, można wyciągnąć wniosek, że ważne jest, aby nie traktować korupcji jako jednorodnego zjawiska. Zupełnie inny wpływ na wielkość szarej strefy może mieć bowiem korupcja w sektorze nierejestrowanym, polegająca na przekupieniu urzędnika w celu uniknięcia konsekwencji przyłapania na działalności ukrytej, a zupełnie inny – łapówkarstwo w sektorze rejestrowanym, mające na celu zwiększenie konkurencyjności jednostek w gospodarce oficjalnej. Jest to zgodne z sugestiami pojawiającymi się w pracy Choi i Thuma (2005). Autorzy pokazują za pomocą prostego modelu teoretycznego, że w warunkach występowania korupcji w sektorze oficjalnym szara strefa jest zjawiskiem pożądanym z punktu widzenia dobrobytu społecznego. Z kolei korupcja w szarej strefie jest zjawiskiem łagodzącym działalność instytucji kontrolnych. Podobne rozróżnianie rodzaju korupcji znaleźć można m.in. w pracy Biswasa i in. (2012).

34 Ponieważ badano zależność przyczynowo-skutkową między korupcją i szarą strefą w obie strony, jako zmienną objaśnianą przyjmowano raz szarą strefę, a raz korupcję.

1.3.4. Jakość instytucji publicznych

Jakość instytucji publicznych (określana w literaturze jako *institutions*) jest bardzo szerokim pojęciem i obejmuje zbiór zasad determinujących prowadzenie działalności gospodarczej (por. Aruoba, 2010). Określana jest zatem również przez poziom biurokracji w danej gospodarce oraz wielkość korupcji wśród urzędników publicznych (dwie poprzednio omówione determinanty), dlatego w niektórych pracach czynniki te zostały połączone w jeden komponent. Jednak utożsamianie wyłącznie korupcji i biurokracji z *institutions* nie oddaje w pełni znaczenia tego słowa, ponieważ niezwykle ważna jest także efektywność funkcjonowania organów publicznych – ich praworządność, zdolność do generowania użytecznych społecznie wydatków rządowych, wspieranie bądź ograniczanie wolnej konkurencji, tworzenie i usuwanie barier wejścia na rynek, jakość otoczenia prawno-organizacyjnego prowadzenia działalności gospodarczej, zapewnianie wypełniania umów i ochrony praw własności itp.

Im jakość instytucji publicznych jest w danej gospodarce wyższa (zbiór zasad prowadzenia aktywności gospodarczej oraz działania organów publicznych są bardziej przyjazne w stosunku do podmiotów gospodarczych), tym atrakcyjność sektora oficjalnego gospodarki jest większa, a zatem należy oczekiwać niższych rozmiarów działalności nierejestrowanej. Ujemną zależność pomiędzy jakością instytucji publicznych a wielkością szarej strefy gospodarki na podstawie prostej analizy korelacji (współczynnik korelacji równy $-0,72$) dla 118 krajów pokazał we wspomnianej już pracy Aruoba (2010).

W swoim artykule Torgler i Schneider (2009) stawiają hipotezę, że niska jakość instytucji publicznych powoduje wzrost wielkości gospodarki nieformalnej. Jako miernik jakości instytucji wybrany został indeks „Quality of Governance”. Jest to wskaźnik utworzony z kilkuset zmiennych odzwierciedlających jakość prowadzonych w danym kraju rządów, a zmienne te zostały podzielone na trzy grupy: (1) dotyczące procesu wyboru władz na wszystkich szczeblach, (2) zdolności rządu do sformułowania i zastosowania efektywnej polityki gospodarczej oraz (3) postrzegania administracji publicznej i dóbr publicznych przez ogół obywateli. Wykorzystanie opisanego miernika oraz kilku jego składowych w modelu ekonometrycznym prowadzi do jednoznacznego wniosku o statystycznie istotnym, ujemnym wpływie jakości instytucji na rozmiary szarej gospodarki. W krajach, w których jakość instytucji publicznych jest wyższa, można oczekiwać – jak pokazują wyniki badania – niższego poziomu nierejestrowanej aktywności gospodarczej. Autorzy badania podkreślają, że jego przeprowadzenie było możliwe wyłącznie ze względu na istnienie wielu mierników abstrakcyjnych wielkości związanych z jakością instytucji publicznych. Podobne wyniki otrzymano m.in. w pracach Drehera i in. (2014), Mohommada i in. (2012).

Schneider i Williams (2013) sugerują możliwość powstania błędnego koła na skutek współzależności szarej strefy gospodarki, jakości instytucji publicznych,

wysokości opodatkowania i wielkości przychodów podatkowych. Niska jakość instytucji publicznych zniechęca jednostki do prowadzenia działalności gospodarczej w sferze oficjalnej, w związku z czym szara strefa rośnie. Podniesienie skali aktywności nierejestrowanej może zmniejszyć wysokość przychodów budżetowych rządu. Obniża to z kolei dalej jakość *institutions* ze względu na ograniczone możliwości generowania dóbr i usług publicznych z pomniejszonej puli przychodów podatkowych. W rezultacie, w celu zwiększenia przychodów, rząd może podnieść stopę opodatkowania, co może zachęcić kolejne jednostki do nierejestrowania działalności gospodarczej. Wzrost szarej strefy znów zmniejszy przychody podatkowe, co ograniczy jakość instytucji publicznych itd. Próbę odpowiedzi na pytanie, czym zakończą się te wzajemne oddziaływania, znaleźć można w pracy Johnsona i in. (1997). Autorzy konstruują model teoretyczny, w którym występują dwie równowagi stabilne. Równowaga „zła” odpowiada przypadkowi, gdy w gospodarce ustabilizowała się niska jakość instytucji publicznych, której towarzyszy nadmierna biurokracja i wysoki stopień skorumpowania władzy publicznej oraz bardzo wysokie rozmiary szarej strefy gospodarki, co jest skutkiem opisanego błędnego koła. Oczywiście możliwe są również wzajemne dostosowania w przeciwnym kierunku, które zakończą się osiągnięciem przez gospodarkę równowagi „dobrej”. Wiąże się ona z wysoką jakością instytucji publicznych, niewielką biurokracją i korupcją oraz nieznaczną szarą strefą gospodarki.

1.3.5. Działanie organów kontrolnych i wysokość kary

Wśród determinant szarej gospodarki wymienia się też efektywność działania organów kontrolnych i wysokość kary, która grozi za prowadzenie aktywności nierejestrowanej (por. m.in. Schneider, Williams, 2013). Im skuteczniej działają instytucje kontrolne, im prawdopodobieństwo wykrycia działalności ukrytej jest większe lub im wyższe są związane z tym grzywny, tym ryzyko funkcjonowania w szarej strefie jest większe. To z kolei zmniejsza atrakcyjność tego sektora gospodarki, a zatem jego wielkość powinna zmaleć. Wyniki badań empirycznych nie potwierdzają jednak jednoznacznie tej zależności (por. m.in. Viren, 2015). Warto mieć na uwadze, że ze względu na specyfikę prawodawstwa w różnych krajach porównania międzynarodowe nie zawsze są możliwe. Ponadto pojawia się problem doboru miernika kary, zwłaszcza w przypadku wysokości grzywny – często są to wartości z pewnego przedziału o dużej rozpiętości, bywa bowiem, iż każda sprawa rozpatrywana jest indywidualnie i ostateczna wysokość kary zależy od szeregu różnych czynników.

Przykładowe badanie empiryczne wpływu skuteczności organów kontroli i wysokości kary na skłonność do uchylania się od opodatkowania można znaleźć w publikacji Freya i Felda (2002), które przeprowadzone zostało na danych przekrojowo-czasowych dla kantonów w Szwajcarii. Testowano w nim wpływ wy-

sokości grzywien i prawdopodobieństwa wykrycia ukrywania dochodów na ich udział. Wyniki wskazały na istotny statystycznie ujemny wpływ wysokości grzywiny na uchylanie się od opodatkowania³⁵. Jednocześnie nie udało się jednoznacznie potwierdzić wpływu prawdopodobieństwa wykrycia ukrywania dochodów na ich wysokość.

Z kolei w pracy Felda i in. (2007) badano na przykładzie gospodarki Niemiec wzajemny wpływ rozmiarów szarej strefy oraz czynników powiązanych z efektywnością organów kontroli i wysokością kary. Choć dostrzeżono pewien związek pomiędzy tymi zmiennymi, to nie udało się go ostatecznie potwierdzić. Wykazano, że wysokość kar jest przyczyną w sensie Grangera dla rozmiarów szarej strefy, a z kolei wielkość szarej strefy wpływa w sensie Grangera na częstotliwość zasądanych kar. Autorzy zwracają uwagę na tę współzależność i dokonują próby potwierdzenia wpływu tych zmiennych z wykorzystaniem modelu ekonometrycznego szacowanego za pomocą MNK. Wyniki estymacji wskazały na ujemny wpływ jakości organów kontroli oraz wysokości kar na wielkość gospodarki nieformalnej, lecz nie udało się uzyskać potwierdzenia statystycznej istotności tego oddziaływania.

Niezwykle interesujący eksperyment ekonomiczny opisano w pracy Slemroda i in. (2001). Do wybranej grupy podatników wysłano list z informacją, że ich zeznania podatkowe będą poddane dodatkowej kontroli. Okazało się, że ów prosty zabieg sprawił, iż badani podatnicy wpłacili zdecydowanie wyższe podatki w porównaniu z grupą kontrolną, która nie otrzymała wspomnianego ostrzeżenia. Badanie to potwierdza tezę o związku pomiędzy prawdopodobieństwem kontroli a skłonnością do ukrywania dochodów.

1.3.6. *Tax morale* społeczeństwa

Pod pojęciem *tax morale* społeczeństwa należy rozumieć jego wewnętrzną motywację do płacenia podatków. Czynnikiem ten określa skłonność jednostek do uiszczania podatków, ich poczucie moralnego obowiązku do ich płacenia lub przekonanie, że ponoszenie obciążeń fiskalnych przyczynia się do dobrobytu społecznego (Torgler, Schneider, 2009).

Szacuje się, iż poziom *tax morale* jest bardzo zróżnicowany w różnych gospodarkach³⁶. Na podstawie ostatniej edycji badania World Value Survey najwyższą wewnętrzną motywacją do płacenia podatków z 55 analizowanych krajów cechują się obywatele m.in. Turcji, Japonii, Gruzji, zaś najniższą – m.in. Rosji, Filipin

35 Unikanie opodatkowania to jeden z aspektów związanych z szarą strefą gospodarki.

36 Pomiar *tax morale* wzbudza liczne kontrowersje, gdyż pojawia się problem wiarygodności otrzymywanych szacunków, dlatego też do wszelkich badań empirycznych wykorzystujących tę zmienną należy podchodzić z dużą dozą ostrożności.

i Algierii. Powszechnie uważa się, że w krajach byłych republik radzieckich poczucie moralnego obowiązku do płacenia podatków jest zdecydowanie niższe i w rezultacie w tych krajach występuje też relatywnie wysokie przyzwolenie społeczne na prowadzenie działalności nierejestrowanej (m.in. Torgler, 2003; Bochenek, 2004; Muster, 2012).

Mechanizm oddziaływania *tax morale* na szarą strefę jest następujący: jeżeli w danej gospodarce zwiększy się *tax morale* społeczeństwa, to skłonność podmiotów gospodarczych do płacenia podatków wzrośnie (por. Frey, Weck-Hanneman, 1984). W tej sytuacji nierejestrowanie aktywności gospodarczej będzie powodować większy dyskomfort moralny, a w rezultacie doprowadzi do spadku wielkości szarej gospodarki³⁷.

Analizę wpływu *tax morale* społeczeństwa na szarą gospodarkę na próbie 57 krajów opisano w pracy Torglera i Schneidera (2009). Autorzy pokazali za pomocą badania przekrojowego na uśrednionych danych z lat 1990–1999, że wzrost *tax morale* podmiotów gospodarczych implikuje spadek aktywności nierejestrowanej. Podobne wyniki w badaniu dla Litwy, Łotwy i Estonii otrzymali Williams i Horodnic (2015).

Walewski (2009) zaprezentował analizę determinant zatrudnienia nierejestrowanego za pomocą modelu logitowego. Określił on zmiany prawdopodobieństwa podjęcia pracy w szarej strefie względem pracy w sektorze oficjalnym w zależności od cech pracownika, do których należały również poglądy na temat płacenia podatków i *tax morale* jednostek. Okazało się, że nie wystąpiły istotne zależności pomiędzy wyrażanymi opiniami a prawdopodobieństwem podjęcia pracy w szarej strefie. Autor tłumaczy to sugestią, iż w Polsce praca nierejestrowana często wiąże się z koniecznością, a nie wyborem jednostek, w związku z czym ich poglądy i ocena systemu podatkowego nie mają wpływu na proces decyzyjny³⁸.

W pracy Torglera i in. (2008) opisany został ciekawy eksperyment, którego celem było wyodrębnienie cech związanych ze skłonnością do unikania opodatkowania. Uczestnicy eksperymentu – gry, która trwała 23–25 rund – na każdym etapie otrzymywali pewien dochód, od którego byli zobowiązani zapłacić podatek. Jednak mogli wybrać ukrycie całości bądź części dochodu i tym samym uniknąć pewnej części opodatkowania. Po każdej rundzie do ich dochodu netto dodawany były stały udział środków pochodzących z łącznej puli zapłaconych przez całą grupę podatków. W każdej turze występowało pewne prawdopodobieństwo audytu podatkowego. Jeśli kontrolowany był gracz, który zapłacił podatek, to nic się nie działo. Jeśli inspekcji został poddany gracz, który nie zapłacił całości podatku,

37 Na etyczno-teologiczne aspekty działalności w szarej strefie zwraca uwagę m.in. Bochenek (2005). Rozważania na temat relacji między szarą strefą a teorią moralności można znaleźć w publikacji Buszko i in. (2015).

38 Choć oczywiście może być i tak, że deklarowane przez respondentów poglądy nie mają wiele wspólnego z ich rzeczywistym postrzeganiem systemu podatkowego i postawą wobec niego.

to weryfikowano także jego cztery poprzednie płatności i od wszelkich ukrytych dochodów musiał zapłacić podatek oraz dodatkową karę. Badanie mikroekonomiczne opisane w artykule ukazało istotny statystycznie wpływ osobistych cech gracza, takich jak wiek, płeć czy indywidualne *tax morale* na jego skłonność do płacenia podatków.

1.3.7. Stopa bezrobocia oraz transfery społeczne

Stopa bezrobocia jest czynnikiem, który oddziałuje przede wszystkim na rozmiary pracy nierejestrowanej. Jeżeli bowiem w danej gospodarce występuje wysokie bezrobocie, to szansa gospodarstw domowych na znalezienie pracy w sektorze oficjalnym gospodarki maleje³⁹. W rezultacie pozbawione możliwości znalezienia zatrudnienia oficjalnego jednostki mogą zostać zmuszone do poszukiwania pracy w szarej strefie. Niemożność znalezienia pracy, brak innych alternatyw i źródeł przychodów, niewystarczające zasiłki dla bezrobotnych – to wszystko sprawia, że działalność nierejestrowana staje się raczej koniecznością, aniżeli wyborem podmiotów gospodarczych (por. m.in. Walewski, 2009; Kabaj, 2009b). Z perspektywy gospodarstw domowych należy się zatem spodziewać, że wraz ze wzrostem stopy bezrobocia rozmiary pracy nierejestrowanej ulegną powiększeniu. Kabaj (2009a) na podstawie analizy danych z 2004 r. dla 27 krajów UE pokazuje, iż występuje pozytywny wpływ niskiego bezrobocia na redukcję wielkości szarej strefy gospodarki.

Cichocki i Tyrowicz (2011) w swoim artykule nawiązują do problemu relacji między bezrobociem a szarą strefą oraz zagadnienia pro- bądź antycykliczności rozmiarów szarej strefy. Wspominają o jednoczesnym istnieniu dwóch efektów. Z jednej strony, w okresie niskiej koniunktury pracodawcy decydują się zatrudnić „na czarno” część dotychczasowych, oficjalnie zatrudnionych pracowników. Powoduje to zmniejszenie pozapłacowych obciążeń związanych z zatrudnieniem – obniżenie kosztów pracy, a pracownikowi pozwala otrzymywać wyższą płacę. Czasami pracownicy, posiadający w czasach dekoniunktury niską siłę negocjacyjną, są nawet zmuszani do pracy nierejestrowanej. Wynika stąd, że szara strefa jest antycykliczna – wyższa w okresach dekoniunktury i niższa w czasie wzmożonej aktywności gospodarczej. Z drugiej strony, na co wskazują wyniki badań prowadzonych w Ameryce Łacińskiej, w okresie wyższego popytu na pracę szara strefa jest bardziej atrakcyjna dla pracodawców. Wynika to z zerowych obciążeń biurokratycznych związanych z zatrudnieniem nierejestrowanym. W okresie lepszej koniunktury, której towarzyszy niższa stopa bezrobocia, łatwiej jest szybko znaleźć i zatrudnić pracownika w szarej strefie niż w gospodarce oficjalnej. Z tej perspektywy gospodarka nierejestrowana jest procykliczna. Ostateczna reakcja

39 Na kluczowe elementy związane ze zjawiskiem bezrobocia zwrócili uwagę m.in. Kwiatkowski (2005), Kryńska i Kwiatkowski (2013).

szarej strefy na fluktuacje koniunktury (w tym zmiany stopy bezrobocia) zależy zatem od tego, który z tych dwóch efektów przeważa. Wydaje się, że siła każdego z nich jest zależna od konkretnej siły roboczej – jej kwalifikacji, sektora gospodarki, wielkości firmy itp., co potwierdza przeprowadzone przez autorów badanie empiryczne dla gospodarki Polski.

Również artykuł Bajady i Schneidera (2009) skoncentrowany jest wokół problemu zależności pomiędzy stopą bezrobocia a wielkością szarej strefy. Autorzy pokazują negatywną korelację między tymi wielkościami, sugerując jednocześnie, podobnie jak Cichocki i Tyrowicz (2011), że wraz ze wzrostem liczby bezrobotnych występują jednocześnie dwa przeciwstawne efekty. Z jednej strony bowiem bezrobotni mogą poszukiwać rekompensaty dla utraconych (ze względu na utratę pracy) zarobków poprzez pracę nierejestrowaną, co sugeruje pozytywny związek pomiędzy szarą strefą a bezrobociem. Z drugiej strony zaś nie tylko bezrobotni pracują w szarej strefie. Często działalność nierejestrowana polega na ukrywaniu części swojej aktywności przez pracownika zatrudnionego w sferze oficjalnej (np. nieujawnianie części produkcji). Ewentualna utrata pracy legalnej przez takie jednostki pozbawia je jednocześnie obu źródeł dochodów, w tym również tych osiągniętych z działalności nieformalnej. A zatem wzrost bezrobocia implikuje zmniejszenie rozmiarów szarej strefy gospodarki. Autorzy badali jeszcze wpływ, jaki na relację między bezrobociem a szarą strefą ma rodzaj i wysokość pomocy społecznej skierowanej do bezrobotnych w danej gospodarce. Jednakże przeprowadzona analiza empiryczna dla kilkunastu krajów na świecie nie doprowadziła do żadnych istotnych statystycznie wniosków.

1.3.8. Nierówności płacowe

Nieco rzadziej wymienianą determinantą szarej strefy są nierówności płacowe. Przypuszcza się, że wraz ze zwiększeniem zróżnicowania dochodowego w danym społeczeństwie maleją szanse jednostek na podniesienie swojego statusu życia i dogonienie kolejnej grupy dochodowej. Działa to demotywująco na działania podmiotów⁴⁰, często zmniejsza poczucie wspólnoty i stanowi czynnik zachęcający do prowadzenia działalności poza oficjalnym sektorem gospodarki (por. m.in. Winkelried, 2005).

Przykładową analizę związku nierówności płacowych z wielkością szarej strefy można znaleźć w pracy Rossera i in. (2000). Na podstawie badania przeprowadzonego dla 16 gospodarek przechodzących transformację w latach 1987–1989 oraz 1993–1994 wyznaczono współczynnik korelacji pomiędzy wielkością szarej

⁴⁰ Mowa tu wyłącznie o nadmiernych zróżnicowaniach płacowych, gdyż pewne niewielkie nierówności dochodowe mogą odgrywać motywacyjną funkcję w gospodarce, por. m.in. Kumor i Sztadynger (2007).

strefy a nierównościami płacowymi mierzonymi współczynnikiem Giniego. Okazało się, że wyższemu zróżnicowaniu dochodów towarzyszy większy poziom szarej gospodarki – współczynnik korelacji przyjął wysoką dodatnią wartość, równą 0,76. Dodatkowo przeprowadzono analizę związku pomiędzy przyrostami wartości zmiennych – znów otrzymano wyraźną zależność dodatnią, o współczynniku korelacji równym 0,7. Autorzy zauważają, że w wyniku transformacji ustrojowej w niektórych gospodarkach zróżnicowanie dochodów znacznie wzrosło (np. w Rosji), zaś w innych pozostało niezmienione (np. na Słowacji). W pracy nie zbadano empirycznie związku przyczynowo-skutkowego pomiędzy rozmiarami szarej strefy a wielkością nierówności płacowych, ale na podstawie literatury ekonomicznej autorzy próbowali przeprowadzić analizę teoretyczną oddziaływania tych zmiennych na siebie. Z jednej strony, wzrost zróżnicowania dochodów obniża zaufanie społeczne do instytucji publicznych i organów sprawujących władzę, poziom *tax morale* społeczeństwa oraz wielkość kapitału społecznego. Jednostki nie dostrzegają korzyści płynących z płacenia podatków, dlatego też chętniej prowadzą nierejestrowaną działalność gospodarczą. Z drugiej strony, wzrost rozmiarów szarej gospodarki obniża przychody podatkowe rządu, co zmniejsza pulę użytecznych wydatków publicznych, w tym również transferów społecznych ukierunkowanych na wspomaganie najuboższej części społeczeństwa. Prowadzi to do wzrostu zróżnicowania dochodów w społeczeństwie. A zatem, zdaniem autorów, mamy do czynienia z zależnością przyczynowo-skutkową w obie strony – zwiększenie nierówności płacowych implikuje wzrost rozmiarów szarej gospodarki, ale i zwiększenie aktywności nierejestrowanej powoduje wzrost dysproporcji w rozkładzie dochodów.

1.3.9. Inne

W literaturze ekonomicznej można znaleźć również szereg innych propozycji determinant szarej aktywności, jednak są to sugestie pojawiające się zdecydowanie rzadziej. Najpopularniejsze i najczęściej wymieniane czynniki zostały opisane w poprzednich podrozdziałach.

Salahodjaev (2015) sugeruje, iż wielkość szarej gospodarki zależy od poziomu IQ społeczeństwa. Za pomocą prostego modelu ekonometrycznego estymowanego KMNK na danych przekrojowych uśrednionych za lata 1999–2007 dla 158 krajów pokazuje, że istnieje wyraźna ujemna, istotna statystycznie zależność pomiędzy szarą strefą a poziomem inteligencji jednostek. Wraz ze wzrostem poziomu IQ o jedno odchylenie standardowe (o 10,8) wielkość szarej strefy maleje średnio o 8,5 punktu procentowego. Autor zastrzega jednocześnie, że z otrzymanych rezultatów nie powinno się wyciągać wniosku o bezpośrednim oddziaływaniu inteligencji społeczeństwa na szarą gospodarkę. Jest to raczej związane z faktem, iż w społeczeństwach bardziej inteligentnych wykształca się wyższe zaangażowanie

społeczne jednostek, lepsze zrozumienie dla mechanizmów i instrumentów polityki gospodarczej, wyższa jest także jakość instytucji publicznych, co dalej przekłada się na spadek rozmiarów aktywności nierejestrowanej.

Z kolei Schneider i in. (2015) badają związek szarej strefy z religijnością. Autorzy pokazują m.in., że im większy jest w danym społeczeństwie poziom ogólnej religijności, tym większe są rozmiary aktywności nierejestrowanej. Te dość mocno zaskakujące rezultaty tłumaczą ścieraniem się dwóch efektów. Z jednej strony bowiem osoby religijne zachowują się bardziej etycznie, wiara często wiąże się z wyznawaniem wartości – uczciwością, prawdomównością, a zatem i przestrzeganiem obowiązujących przepisów prawa. W związku z tym spodziewać się można, że osoby wierzące niechętnie będą się decydować na nierejestrowaną, a zatem zabronioną, działalność gospodarczą. Z drugiej strony natomiast uczciwość i wiarygodność osób religijnych sprawia, iż rośnie zaufanie pomiędzy stronami zawierającymi nieformalną umowę na świadczenie usług w szarej strefie. W rezultacie maleje ryzyko związane z aktywnością nierejestrowaną, co redukuje związane z nią koszty. Efekt ten może powodować zwiększenie rozmiarów szarej gospodarki w bardziej religijnych społeczeństwach. W zależności od tego, który z tych dwóch efektów przeważy – wraz ze wzrostem religijności społeczeństwa szara strefa może zmaleć bądź też wzrosnąć. Autorzy otrzymali wynik świadczący o implikacji dodatniej, a zatem można przypuszczać, że drugi z efektów silnie oddziaływał na wielkość szarej gospodarki.

Z kolei D’Hernoncourt i Méon (2012) analizowali związek wielkości szarej strefy z zaufaniem. Na podstawie badania przekrojowego pokazano, że w krajach cechujących się większym zaufaniem wewnątrz społeczeństwa szara strefa gospodarki jest mniejsza.

Również Giza-Poleszczuk (2009) zwróciła uwagę na wpływ kapitału społecznego na decyzje dotyczące aktywności nierejestrowanej⁴¹. Bez zaufania, solidarności, reputacji, wzajemności, poczucia obowiązku nie doszłoby do zawarcia nieformalnej umowy. Stwierdziła zatem, że szara strefa, mimo iż nie jest regulowana, bardzo silnie opiera się na kapitale społecznym wewnątrz- i międzygrupowym. Jak opisuje autorka, podczas przeprowadzanych wywiadów respondenci często podkreślali, że w pracy „na czarno” czują się bardziej docenieni, szef nie pilnuje ich każdego ruchu, obdarza większym zaufaniem i zrozumieniem. Zupełnie inna jest zatem relacja pracodawca–pracownik niż w strefie oficjalnej, co jest dobrze widoczne w przypadku jednoczenia sił w czasie kontroli aparatu państwowego, większe jest też wzajemne zrozumienie np. w sytuacjach losowych. Pracownicy, w szczególności fachowcy, muszą dbać o swoją reputację, w przeciwnym razie zadziała na ich niekorzyść marketing szeptany i stracą opinię osoby godnej polecenia przy kolejnych zleceniach. Pracodawcy z kolei muszą zaufać pracownikom, że wypełnią powierzone im zadania w określonym terminie, bez szkód dla prowa-

41 Z kolei Bednarski (2013) zauważa, że w szarej strefie kapitał ludzki ulega deprecjacji.

dzonej działalności. Co więcej, często przez brak oficjalnych dokumentów, umów itp. żadna ze stron, gdy poczuje się poszkodowana, nie ma możliwości sądowego dążenia do zadośćuczynienia. Dlatego niezbędne jest w takich kontaktach wzajemne zaufanie. Jeśli chodzi o działalność w szarej strefie można jednak mówić o efekcie gapowicza, który może negatywnie wpływać na kapitał społeczny. Ponadto, Frey i Schneider (2004, s. 15–16) twierdzą: „podejrzewa się, że gospodarka podziemna osłabia więzi społeczne, ponieważ sprzyja sytuacji, w którym wszyscy kierują się swoim własnym interesem, odrzucając solidarność”.

1.4. Uwagi końcowe

Przeprowadzona charakterystyka istoty pojęcia szarej strefy, opis metod pomiaru gospodarki nierejestrowanej, analiza jej determinant i stopnia ich wpływu na wielkość szarej strefy oraz zmiany dynamiki tej wielkości wskazują na główne źródła barier procesów poznawczych realiów funkcjonowania szarej gospodarki. Tylko część omawianych publikacji zawiera uwagi o potencjalnym różnokierunkowym wpływie sprzężeń zwrotnych oddziaływań między wybranymi determinantami a rozmiarami szarej strefy oraz o różnokierunkowym wpływie poszczególnych determinant, analizowanym za pomocą współczynników korelacji.

Z omawianych determinant tylko dla tych opisanych w podrozdziałach 1.3.1, 1.3.7, 1.3.8 są systematycznie gromadzone dane roczne i kwartalne dla sfery legalnej rejestrowanej. Pozostałe dane (dotyczące cech analizowanych w podrozdziałach 1.3.2–1.3.6 i 1.3.9), a także konstruowane w oparciu o nie wskaźniki pomiarowe są, jak się wydaje, bardziej fragmentaryczne i mniej wiarygodne. Gdyby badacz dysponował w przyszłości dobrymi pomiarami wielkości szarej strefy i wspomnianych wyżej determinant, wówczas niezbędna byłaby analiza wszystkich interakcji dziewięciu determinant, zarówno tych jednoczesnych w czasie, jak i międzyokresowych, a ponadto ich sprzężeń z wielkością szarej strefy.

Warto podkreślić, że globalne rozmiary szarej strefy zależą m.in. od:

- struktury liczebnościowej uczestników tej strefy, tj. liczebności pracowników najemnych tam zatrudnionych, liczby właścicieli firm i gospodarstw domowych zatrudniających pracowników bez rejestracji w urzędach pracy;
- struktury zawodowo-wiekowej uczestników tej strefy;
- struktury kapitałowej uczestników tej strefy, szczególnie w zakresie kapitału fizycznego, finansowego, ludzkiego i społecznego;
- stopnia giętkości polityki gospodarczej i społecznej rządu centralnego oraz administracji lokalnej;

- stopnia praworządności władz: ustawodawczej, wykonawczej, sądowniczej, finansowo-gospodarczej, medialno-informacyjnej, kościelnych;
- stopnia egzekucyjności przestrzegania przepisów prawa i norm etycznych;
- stopnia innowacyjności, przedsiębiorczości, konkurencyjności firm legalnych względem firm zatrudniających nielegalnie w przekroju krajowym i międzynarodowym;
- stopnia monopolizacji lub oligopolizacji danej gospodarki oraz gospodarek krajów sąsiednich.

Wymienione czynniki są trudno mierzalne. W dalszych rozdziałach w opisie modeli wykorzystane zostaną tylko niektóre z szerzej omawianych wcześniej determinant szarej strefy.

Rozdział 2

Przegląd wybranych teoretycznych modeli szarej strefy gospodarki

2.1. Wprowadzenie

W rozdziale trzecim niniejszej monografii zaprezentowane zostaną autorskie propozycje dwóch modeli teoretycznych kształtowania się szarej strefy gospodarki: w pierwszym z nich opisane będzie zjawisko pracy nierejestrowanej, w drugim – produkcji ukrytej. Oczywiście w literaturze ekonomicznej można znaleźć szereg innych propozycji modeli teoretycznych obejmujących zjawisko szarej gospodarki¹. Natomiast celem obecnego rozdziału jest przybliżenie sposobu konstrukcji równań i zagadnienia decyzyjnego, głównych założeń oraz wniosków płynących z kilku wybranych prac zawierających modele teoretyczne. Krótki opis każdego z modeli reasumować będzie próba jego oceny – wypunktowane zostaną mocne i słabe strony danego podejścia badawczego. Wnioski płynące z przeglądu literatury ekonomicznej, interesujące koncepcje i dostrzeżone luki wymagające uzupełnienia wykorzystane zostaną następnie podczas konstrukcji modeli własnych.

Przegląd modeli teoretycznych sporządzony został również w celu pokazania, że tworzone przez autorkę modele mieszczą się w nurcie badań teoretycznych prowadzonych nad zjawiskiem szarej strefy gospodarki i nie powstają w oderwaniu od głównych, pojawiających się tam koncepcji badawczych. Co prawda, niniejszy rozdział będzie zawierał opis tylko kilku prac (a jest ich oczywiście dużo więcej), jednak starano się zaprezentować modele, które stały się największą inspiracją do badań własnych. Wybrane publikacje prezentują także bardzo zróżnicowane podejście – od modeli statycznych do dynamicznych, od prostego przykładu gry jednoczesnej do skomplikowanego trójsektorowego modelu klasy DSGE, od prac opisujących związek szarej strefy z jej klasycznymi, typowo ekonomicznymi determinantami (takimi jak opodatkowanie, efektywność działania instytucji kontrolnych) do czynników pozaekonomicznych, np. korupcji czy regulacji środowiskowych.

¹ Wiele istotnych aspektów związanych z modelowaniem matematycznym zjawisk ekonomicznych można znaleźć np. w monografii Panek (2003).

2.2. Gra pomiędzy urzędnikiem i przedsiębiorcą – Bilotkach (2006)²

W ramach modelu gry dwuosobowej analizowano zależność pomiędzy szarą strefą a korupcją. Stworzono w tym celu bardzo prostą grę symultaniczną, w której biorą udział dwaj gracze – urzędnik państwowy i biznesmen (przedsiębiorca).

W wyniku działalności gospodarczej przedsiębiorca uzyskuje zysk w kwocie π . Oczekuje on na kontrolę skarbową. Musi podjąć decyzję, czy ujawnić cały zysk w kwocie π (strategia D – *declare*), czy też ujawnić tylko jego część π_D oraz zataić pozostałą część π_H (strategia H – *hide*). Ujawniony zysk π_D podlega opodatkowaniu stawką t , zysk ukryty π_H wolny jest od obciążeń fiskalnych. Oczywiście $\pi = \pi_D + \pi_H$.

Przyjęto, że przedsiębiorca wie, iż w firmie odbędzie się kontrola prowadzona przez urzędnika państwowego, która wykaże faktycznie uzyskiwane przez niego zyski. Inspektor skarbowy ma wówczas dwie możliwości: może współpracować z przedsiębiorcą i przyjąć od niego łapówkę w kwocie b (strategia C – *cooperate*), bądź nie dać się przekupić (strategia NC – *not cooperate*) i zgłosić wyniki kontroli, co wiąże się z utratą niezarejestrowanego zysku π_H przez przedsiębiorcę. Jeżeli urzędnik zostanie przyłapany na przyjmowaniu łapówek (zdarzenie o prawdopodobieństwie p) – traci wówczas swoją pracę i uzyskiwane z niej wynagrodzenie w .

Aby gra miała sens dla obu graczy, wysokość łapówki musi być mniejsza od kwoty podatku z zatajonego zysku, który przedsiębiorca musiałby zapłacić:

$$b < t \pi_H \quad (2.1)$$

Przyjęto, że urzędnik i przedsiębiorca podejmują decyzję w tym samym czasie. Przy powyższych założeniach otrzymano w ten sposób następującą macierz gry (tab. 4).

Tabela 4. Macierz wypłat w grze pomiędzy urzędnikiem a przedsiębiorcą

		Urzędnik	
		C (współpracować)	NC (nie współpracować)
Przedsiębiorca	H (zataić)	$(1 - t)\pi_D + \pi_H - b / (1 - p)(b + w)$	$(1 - t)\pi_D / w$
	D (nie ukrywać)	$(1 - t)\pi / w$	$(1 - t)\pi / w$

Źródło: Bilotkach (2006), s. 35, tłumaczenie własne.

2 Omówienie tego modelu można znaleźć również w pracy Gajdki (2008).

Analiza macierzy gry prowadzi do następujących wniosków:

- a) gdy urzędnik wybierze strategię *NC*, to przedsiębiorca odpowie na nią strategią *D*, gdyż $(1 - t)\pi > (1 - t)\pi_D$;
- b) gdy urzędnik wybierze strategię *C*, to przedsiębiorca odpowie na nią strategią *H*, gdyż z (2.1) zawsze zachodzi $(1 - t)\pi_D + \pi_H - b > (1 - t)\pi$;
- c) gdy przedsiębiorca wybierze strategię *D*, to urzędnik odpowie na nią strategią *C* lub *NC* (gdyż w obu przypadkach otrzymuje taką samą wypłatę *w*);
- d) gdy przedsiębiorca wybierze strategię *H*, to odpowiedź urzędnika jest zależna od relacji między *p*, *b* i *w*:

– gdy $(1 - p)(b + w) < w$, czyli $p > \frac{b}{b + w}$, to urzędnik odpowie strategią *NC*,

– gdy $(1 - p)(b + w) > w$, czyli $p < \frac{b}{b + w}$, to urzędnik odpowie strategią *C*;

- e) w związku z tym w grze otrzymujemy alternatywne rozwiązania:

– gdy $p > \frac{b}{b + w}$, to ustala się jedna równowaga Nasha postaci (*D*, *NC*),

– gdy $p < \frac{b}{b + w}$, to ustalają się dwie równowagi Nasha postaci (*D*, *NC*),

(*H*, *C*); to, która z nich zostanie ostatecznie wybrana, zależy od stopnia skorumpowania urzędników i skłonności przedsiębiorców do ukrywania zysków.

Ukrywanie części zysków może być najlepszą strategią dla przedsiębiorcy w przypadku występowania określonego udziału skorumpowanych urzędników w gospodarce oficjalnej. Oprócz konstrukcji modelu teoretycznego Bilotkach przeprowadził serię eksperymentów ekonomicznych na Ukrainie. Wybrane jednostki z Ukrainy, Białorusi i Mołdawii rozgrywały grę opisaną w części teoretycznej w kilku rundach, aby zbadać rozprzestrzenianie się korupcji i szarej aktywności w gospodarce. W 12 rozgrywanych rundach 52% jednostek odgrywających rolę urzędników zgodziło się przyjąć łapówkę, zaś 48% przedsiębiorców ukryło połowę swoich zysków.

Zaproponowany przez Bilotkach model ma szereg interesujących rozwiązań, ale też opiera się na kilku dyskusyjnych założeniach i uproszczeniach:

1. Zalety:

- Zapis modelu szarej strefy gospodarki w języku teorii gier, który jest bardzo wygodny w opisie zjawisk ekonomicznych i dobrze oddaje interakcje społeczne. Metody teorii gier umożliwiają również, oprócz określenia samej równowagi modelu, przeprowadzenie analiz sposobu jej osiągnięcia.
- W modelu położono nacisk na korupcję, która jest bardzo ważną determinantą szarej gospodarki, zwłaszcza w krajach transformujących się.

Jest to niewątpliwa zaleta tej pracy, gdyż korupcja należy do czynników często pomijanych, ze względu na problemy definicyjne i pomiarowe. Omawiany model ilustruje mikroekonomiczny mechanizm wpływu korupcji na szarą gospodarkę.

- Wnioski mikroekonomiczne są podobne do tych, które pojawiają się w literaturze ekonomicznej, tj. że szara strefa jest konsekwencją niskiej jakości instytucji publicznych. W warunkach wadliwego systemu prawno-organizacyjnego i występowania skorumpowanych urzędników ucieczka do szarej strefy może być najlepszą strategią dla przedsiębiorców. Wnioski modelowe można uznać przy założeniu, że przedsiębiorca i urzędnik są reprezentatywni w sensie A. Marshalla.

2. Wady:

- Zjawisko korupcji zostało przedstawione w bardzo uproszczony sposób – założono, iż przedsiębiorstwo dobrowolnie proponuje łapówkę. Jednak często podmioty są zmuszane do zapłacenia łapówek, gdyż inaczej nie doczekają się pomyślnego rozstrzygnięcia sprawy. Co więcej, korupcja może też służyć wyjściu z szarej strefy (np. kupno zezwolenia, licencji), co redukuje szarą aktywność. W powyższym modelu zaś łapówki płacone są jedynie po to, żeby w szarej strefie pozostać.
- W modelu uwzględniono tylko pojedyncze determinanty szarej strefy gospodarki – opodatkowanie i korupcję. Pominięto szereg innych determinant aktywności nierejestrowanej.
- W pracy nie uwzględniono aspektu moralnego decyzji jednostek. Postanowienia o niezarejestrowaniu działalności i przyjęciu łapówki wynikają jedynie z wartości oczekiwanych dochodów podmiotów.
- Dużo wątpliwości wzbudza przyjęte założenie o skuteczności działania organów kontroli – każda inspekcja kończy się sukcesem, pokazuje rzeczywisty stan rzeczy.
- Przedsiębiorca wie (w momencie podejmowania decyzji o ewentualnym ukryciu zysków) o kontroli urzędnika. Wydaje się, że dużo lepsze byłoby przypuszczenie, że przedsiębiorca ukrywa działalność nierejestrowaną, licząc na brak jakiegokolwiek kontroli.
- Uwzględniony został wyłącznie niewielki wycinek szarej aktywności, związany z ukrywaniem części zysku przez przedsiębiorcę.
- Model nie uwzględnia uprzywilejowanej pozycji urzędnika, który dostaje propozycję łapówkarską. Obie jednostki – kontroler i przedsiębiorca – są równorzędnymi podmiotami.

2.3. Szara strefa jako efekt konkurencji między rządem i mafią – Johnson i in. (1997)

W modelu autorzy skupili się na analizie szarej strefy występującej w gospodarkach przechodzących transformację, dlatego oprócz tradycyjnie analizowanych podmiotów gospodarczych, tj. gospodarstw domowych (przedsiębiorstw³) i rządu pojawia się jeszcze jeden – mafia. Przedsiębiorstwa (gospodarstwa domowe) dysponują zasobem czasu pracy L . Mogą go wykorzystać w sferze formalnej (L_F), bądź też w szarej strefie (L_I). Wynagrodzenie z pracy zostało znormalizowane do jedności.

Rząd ustala stawkę opodatkowania t w sferze oficjalnej. Z uzyskiwanych przychodów podatkowych T dostarcza dobra publiczne w ilości Q , które przyczyniają się do poprawy produktywności przedsiębiorstw prowadzących działalność oficjalną⁴.

W szarej strefie nie respektuje się obowiązku płacenia podatków, ale działające tam podmioty nie mają również dostępu do dóbr publicznych dostarczanych przez rząd. Jednak w szarej strefie występują instytucje, które pełnią rolę podobną do rządu – prywatne agencje ochrony, czyli mafia. Pobierają one opłatę według stawki s za dostarczanie dóbr i usług w szarej strefie (np. ochrona przed złodziejami). Mafia otrzymuje w ten sposób przychody S , a dostarczane przez nią dobra w ilości R przyczyniają się do wzrostu produktywności przedsiębiorstw w szarej strefie.

Wielkość produkcji w sferze oficjalnej (szarej strefie) została oznaczona jako Y_F (Y_I), zaś zysk przedsiębiorstw po odjęciu kosztów opodatkowania (opłat dla mafii) jako π_F (π_I). W sektorze oficjalnym funkcja produkcji, zysk przedsiębiorstw i przychody podatkowe rządu są odpowiednio postaci:

$$Y_F = QL_F \quad (2.2)$$

$$\pi_F = (1 - t)QL_F - L_F \quad (2.3)$$

$$T = tQL_F \quad (2.4)$$

Analogicznie w szarej strefie funkcja produkcji, zysk przedsiębiorstw i przychody mafii dane są wzorami:

$$Y_I = RL_I \quad (2.5)$$

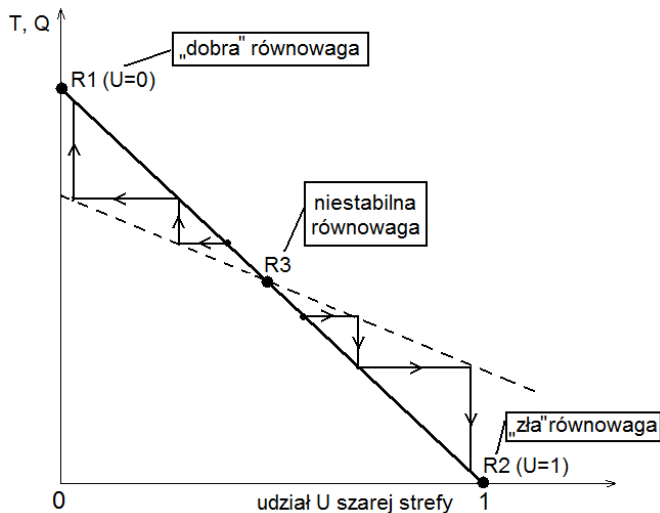
$$\pi_I = (1 - s)RL_I - L_I \quad (2.6)$$

$$S = sRL_I \quad (2.7)$$

3 W modelu pojawia się podmiot będący pewną hybrydą gospodarstw domowych i przedsiębiorstw.

4 W modelu założono, że $Q = Q(T)$ oraz $\frac{\partial Q}{\partial T} > 0$, $\frac{\partial^2 Q}{\partial T^2} < 0$.

W modelu założono, że rząd nie jest w uprzywilejowanej pozycji względem mafii. W związku z tym nie posiada organów ścigania ani kontroli, które pozwoliłyby mu zwalczać mafię lub ograniczać szarą gospodarkę. Rząd i mafia konkurują ze sobą na rynku jedynie poprzez instrumenty polityki gospodarczej, którymi dysponują. Rząd, wybierając stawkę opodatkowania i wielkość dóbr publicznych, stara się zachęcić przedsiębiorstwa do pozostania w sferze oficjalnej, zaś mafia, ustalając wysokość opłaty s i ilość dóbr publicznych R – zachęcić do przejścia do szarej gospodarki. Prowadzą zatem „uczciwą”⁵ konkurencję o względy przedsiębiorstw.



Rysunek 6. Równowaga w modelu Johnsona i in. (1997)

Źródło: Johnson i in. (1997), s. 166.

W modelu występują trzy równowagi: R_1 , R_2 oraz R_3 (por. rys. 6). Równowaga R_1 odpowiada sytuacji, gdy konkurencję na rynku wygrywa rząd – w rezultacie szara strefa zostaje zredukowana do zera ($U = 0$). Autorzy nazywają ją „dobrą” równowagą. W przypadku równowagi R_2 , zwanej „złą” równowagą, konkurencję wygrywa mafia – wszystkie podmioty gospodarcze prowadzą działalność wyłącznie w szarej strefie ($U = 1$). Równowagi R_1 i R_2 są stabilne. Ostatnia z równowag, R_3 , odpowiada współlistnieniu jednocześnie strefy oficjalnej i szarej gospodarki – jest to zatem przypadek najczęściej obserwowany w rzeczywistości. Jednak jest to równowaga niestabilna, czyli tzw. równowaga na ostrzu noża. Wystarczy, że gospodarka choć trochę wychyli się z niestabilnej równowagi R_3 i znajdzie się

5 O ile oczywiście właściwe jest użycie określenia „uczciwość” w przypadku mafii.

w obszarze przyciągania jednego ze stabilnych stanów równowagi – $R1$ lub $R2$. Przykładowo, jeżeli rząd zaferuje lepsze warunki na rynku (zmniejszy stopę podatkową t), to przedsiębiorstwa zaczną przenosić zasób pracy do strefy oficjalnej, co zwiększy przychody budżetowe T . W rezultacie wzrośnie ilość dóbr publicznych Q , co przyczyni się do zwiększenia produktywności w strefie oficjalnej i zachęci kolejne podmioty do przenoszenia działalności do sektora rejestrowanego. Proces będzie trwał dalej aż do całkowitego wyeliminowania szarej gospodarki⁶.

Zaproponowane podejście teoretyczne można podsumować za pomocą jego mocnych i słabych stron:

1. Zalety:

- W modelu oprócz korzyści z szarej działalności pojawia się też oryginalna koncepcja związanych z nią strat. Nie dotyczą one, jak zazwyczaj przyjmuje się w innych modelach, możliwości wykrycia działalności nierejestrowanej i poniesienia związanej z tym kary, ale wiążą się z brakiem dostępu do dóbr publicznych oferowanych przez rząd.
- Choć wnioski płynące z modelu wydają się kontrfaktyczne⁷, to – jak podkreślają sami autorzy – model ten dedykowany jest dla gospodarek przechodzących transformację ustrojową, czyli swoistą rewolucję. Wybierają one wówczas jedną z dwóch ścieżek: albo ustalą niskie opodatkowanie (i poziom regulacji, biurokracji, korupcji), który przyniesie znaczne przychody budżetowe, niską szarą strefę i wysoką stopę wzrostu gospodarczego, albo pójdą ścieżką przeciwną. W istocie, w przypadku gospodarek transformujących się model może dość dobrze obrazować rzeczywistość.
- Mimo że ostateczny efekt jest zbyt drastyczny (przejawiający się np. wyeliminowaniem strefy oficjalnej), w modelu słusznie akcentuje się wpływ jakości instytucji publicznych na szarą gospodarkę.

2. Wady:

- Trudno zaakceptować założenie, że rząd i mafia konkurują uczciwie na rynku. W rzeczywistości wydaje się, że rząd jest na uprzywilejowanej pozycji. Działa zgodnie z obowiązującymi przepisami prawa, ma do dyspozycji różne organy państwowe – policję, sądownictwo itp. Mafia, w przeciwieństwie do rządu, musi ukrywać swoją działalność, co znacznie ogranicza jej możliwości. Odmienne są również dobra publiczne, które dostarczają na rynek rząd i mafia; przyjęcie założenia o podobnym charakterze ich działalności wydaje się zbyt dużym uproszczeniem.

6 Przykładową weryfikację hipotezy występowania owych dwóch równowag dla krajów europejskich w latach 2002/2003 za pomocą analizy skupień można znaleźć w opracowaniu pod redakcją Bukowskiego (2007), s. 174–176.

7 W modelu występują skrajne równowagi, w rzeczywistości obserwowana jest raczej niezerowa szara strefa.

- Wątpliwe jest założenie o tym, że rząd nie ogranicza w żaden sposób szarej aktywności, nie ustanawia organów kontrolujących przedsiębiorstwa oraz że nie wprowadza kar za prowadzenie nierejestrowanej działalności.
- W modelu przyjęto, że przedsiębiorstwa działające w szarej strefie nie mają w ogóle dostępu do dóbr publicznych generowanych przez rząd. Jak zauważają autorzy, pewien ograniczony dostęp jest jednak możliwy (np. do dróg publicznych, powszechnej edukacji), jednak nie uwzględniono tego w modelu.
- W modelu pominięto aspekt moralny pracy w szarej strefie i współpracy z mafią.
- W modelu uwzględniono tylko nieliczne determinanty szarej strefy gospodarki, a pominięto szereg innych czynników. Skupiono się głównie na porównaniu warunków działalności gospodarczej w szarej strefie i strefie oficjalnej w postaci stawek opodatkowania oraz ilości oferowanych dóbr publicznych. Autorzy do stawki opodatkowania wliczyli też opłaty biurokratyczne i korupcyjne, w związku z czym nierozróżnialny jest ich wpływ na szarą gospodarkę, co wydaje się nieuzasadnionym uproszczeniem.
- Zarówno w sferze oficjalnej, jak i w szarej strefie przyjęto bardzo uproszczoną funkcję produkcji.

2.4. Związek między korupcją (biurokracją) i szarą strefą – Friedman i in. (2000)

W omawianym badaniu poddano analizie związek pomiędzy szarą gospodarką a biurokracją (korupcją⁸) w sferze oficjalnej. W modelu występują dwie grupy podmiotów: przedsiębiorstwa i rząd. Przedsiębiorstwa mogą prowadzić działalność całkowicie oficjalnie lub przenieść jej część do szarej gospodarki. Łączne przychody z produkcji przedsiębiorstw zostały oznaczone jako Y , zaś część otrzymywana w szarej strefie jako D . Wpływy ze strefy oficjalnej podlegają opodatkowaniu stawką t , a dodatkowo przedsiębiorstwa ponoszą koszty r związane z opłatami biurokratycznymi⁹. Opłaty biurokratyczne nie przynoszą przychodów dla rządu ani korzyści dla społeczeństwa w postaci zwrotów w dobrach i usługach publicznych.

8 Przyjęto, że podobny jest mechanizm wpływu korupcji na szarą gospodarkę.

9 Opłaty te są proporcjonalne do wielkości dochodu.

Gdy przedsiębiorca przenosi zasoby do szarej strefy, to dalej może je wykorzystywać w procesie produkcyjnym, ale mają one niższą produktywność. Działalność w szarej strefie obarczona jest też ryzykiem jej wykrycia i koniecznością poniesienia związanej z tym kary, co ilustruje funkcja kary¹⁰:

$$f(D) = \frac{1}{2}kD^2 \quad (2.8)$$

gdzie k odzwierciedla efektywność organów ścigania (systemu prawnego).

Przychody budżetowe T mogą zostać przeznaczone na wytworzenie dóbr i usług publicznych, które zwiększają produktywność¹¹ R w sektorze oficjalnym. Przedsiębiorstwa wybierają rozmiary szarej strefy D tak, by maksymalizować swoją funkcję użyteczności:

$$U = (Y - D)(1 - t - r)R(T) + D - \frac{1}{2}kD^2 \quad (2.9)$$

Optymalne rozmiary szarej gospodarki D^* z punktu widzenia przedsiębiorstw są zatem postaci:

$$D^* = \frac{1 - R(T)(1 - t - r)}{k} \quad (2.10)$$

Modelowe przychody budżetowe rządu w sytuacji (2.10) dane są wzorem:

$$T = tR(T)(Y - D^*) \quad (2.11)$$

Autorzy prezentują model, w którym produktywność R w sferze oficjalnej i efektywność organów ścigania k są funkcjami zależnymi od wielkości przychodów podatkowych T , ale samo rozwiązanie optymalne i analizy przeprowadzane są dla stałych wartości R i k . Nie jest to, niestety, wyraźnie skomentowane i uzasadnione w pracy¹².

W modelu silnie akcentowany jest odmienny charakter wpływu stawki opodatkowania t oraz kosztów biurokratycznych (korupcyjnych) r na wielkość szarej gospodarki. W przypadku opłat biurokratycznych kierunek oddziaływania jest jednoznaczny – wraz z ich wzrostem rośnie też skłonność do ukrywania działal-

10 Autorzy przyjęli kwadratową postać funkcyjną, gdyż przyjęto założenie, że im większe są rozmiary szarej aktywności, tym trudniej ją ukryć (każda kolejna jednostka produkcji nierejestrowanej wiąże się z większymi kosztami jej ukrycia).

11 $R > 1$ można też potraktować jako stopę zwrotu z inwestycji przychodów z produkcji oficjalnej.

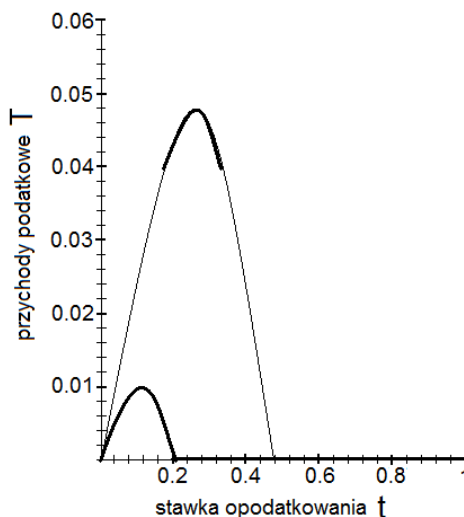
12 Gdyby rzeczywiście R było zależne od T , które jest funkcją D , to znacząco zmieniłby się wzór na optymalne rozmiary szarej gospodarki.

ności gospodarczej. Wpływ opodatkowania na decyzje przedsiębiorstw nie jest już tak oczywisty ze względu na występowanie dwóch kanałów jego oddziaływania:

- a) bezpośredniego – gdy stawka t rośnie, wzrasta udział wypracowanych w sferze oficjalnej dochodów, które przedsiębiorstwa muszą oddać, co skłania je do przeniesienia działalności do wolnej od opodatkowania szarej strefy;
- b) pośredniego – podniesienie t zwiększa przychody budżetowe rządu, co z kolei przyczynia się do zwiększenia produktywności w sferze oficjalnej (poprzez wzrost dostarczanej ilości dóbr publicznych) oraz podniesienia efektywności organów kontroli, co stanowi czynnik zachęcający do prowadzenia działalności w sferze oficjalnej.

Na skutek podniesienia stopy opodatkowania szara gospodarka może się zatem zmniejszyć lub zwiększyć, w zależności od tego, który z omówionych wyżej efektów będzie miał silniejsze oddziaływanie.

Autorzy analizują jeszcze za pomocą krzywej Laffera wpływ stawki opodatkowania t na wysokość przychodów podatkowych T i związane z tym konsekwencje. Zauważają, że w modelowanej gospodarce mogą ustalić się dwa odmienne stany równowagi (rys. 7).



Rysunek 7. Zależność między przychodami podatkowymi i stawką opodatkowania

Źródło: Friedman i in. (2000), s. 464.

W pierwszym z nich (na niższej krzywej) przedsiębiorstwa korzystają z niskiego poziomu efektywności organów ścigania k , zwiększają działalność nierejestrowaną, co skutkuje relatywnie niskimi przychodami budżetowymi. Z tych relatywnie niskich przychodów T rząd nie jest w stanie ani podnieść efektywności

organów ścigania k , ani pobudzać gospodarki. Panująca sytuacja będzie się więc utrzymywać. W drugim przypadku (wyższa krzywa) k ma wyższą wartość, niższe są rozmiary szarej gospodarki oraz większe są przychody budżetowe, z których rząd jest w stanie dalej utrzymywać k na relatywnie wysokim poziomie i ma możliwość pobudzania rozwoju gospodarczego.

Do mocnych i słabych stron opisanego modelu można zaliczyć:

1. Zalety:

- W modelu zaproponowano zróżnicowany kanał wpływu opodatkowania i korupcji (biurokracji) na szarą strefę gospodarki. Stanowi to niezwykle interesującą koncepcję tłumaczącą sposób oddziaływania każdej z tych determinant na sektor nieformalny.
- W modelu nie ograniczono się wyłącznie do wprowadzenia przychodów podatkowych, ale także poddano analizie związek między stopą opodatkowania a wysokością łącznych przychodów za pomocą krzywej Laffera.
- W badaniu zawarto interesującą propozycję nieliniowej funkcji kary, która rośnie wypukle wraz ze wzrostem przychodów z produkcji ukrytej.
- Autorzy zaprezentowali szerokie ujęcie strat wynikających z działalności w szarej strefie – oprócz kar za prowadzenie działalności nierejestrowanej przedsiębiorstwa nie mają również dostępu do dóbr publicznych, które zwiększają produktywność w sferze oficjalnej.
- W modelu uwzględniono wiele determinant szarej strefy gospodarki: opodatkowanie, korupcję (biurokrację), efektywność organów kontroli, jakość instytucji państwowych.

2. Wady:

- Autorzy nie znaleźli rozwiązania optymalnego z punktu widzenia rządu, lecz wyłącznie z perspektywy przedsiębiorstw.
- W modelu przyjęto stałe wartości produktywności w sferze oficjalnej i efektywności organów kontroli przy poszukiwaniu optymalnych rozmiarów szarej gospodarki, tym samym są to parametry modelu, a nie zmienne, na które oddziałuje rząd.
- Ograniczona jest rola rządu, który zajmuje się *de facto* jedynie polityką fiskalną. Choć autorzy sugerują jeszcze wpływ rządu na efektywność systemu prawnego, to poprzez przyjęcie w analizie stałych wartości k i R oddziaływanie to nie ma miejsca.
- W modelu przyjęto, że przedsiębiorstwa działające w szarej strefie nie mają w ogóle dostępu do dóbr publicznych oferowanych przez rząd, jednak dużo lepsze byłoby założenie o ograniczonym dostępie.
- W modelu nie został uwzględniony w żaden sposób aspekt moralny działalności nierejestrowanej.
- Autorzy połączyli pod postacią jednego parametru opłaty korupcyjne i biurokratyczne. Stanowi to znaczne uproszczenie oddziaływania tych dwóch czynników na szarą gospodarkę i znaczne spłycenie tego problemu.

2.5. Pogłębiona analiza związku korupcji i szarej strefy – Choi i Thum (2005)

W opracowaniu dokonano obszernej analizy związku między szarą strefą gospodarki i korupcją. W modelu występuje populacja przedsiębiorców, których liczba została znormalizowana do jedności. Jest ona zróżnicowana pod względem zdolności do generowania dochodów. Dochody przedsiębiorców oznaczono jako v , zaś $F(v)$ stanowi udział przedsiębiorców, którzy mogą uzyskać dochody wyższe niż v^{13} . Autorzy rozważają kolejne wersje modelu, w których zmieniają się warunki prowadzenia działalności gospodarczej na rynku:

A. Model 1 (M1)

Przedsiębiorca podejmuje decyzję dotyczącą wejścia na rynek i rozpoczęcia działalności gospodarczej. W tym modelu nie występuje szara strefa gospodarki, możliwe jest prowadzenie aktywności produkcyjnej wyłącznie w sferze oficjalnej. Jeżeli przedsiębiorca nie rozpocznie działalności gospodarczej, nie ponosi żadnych związanych z tym strat. Koszt kapitału, który jest wymagany do wejścia na rynek wynosi k . Dodatkowo w sferze oficjalnej występują skorumpowani urzędnicy, którzy żądają łapówek od przedsiębiorców w wysokości m za udzielenie licencji umożliwiającej rozpoczęcie działalności. Zyski przedsiębiorcy w przypadku podjęcia decyzji o nierozpoczęciu aktywności gospodarczej (π_O) i wejściu na rynek do strefy oficjalnej (π_{OE}) wynoszą odpowiednio:

$$\pi_O = 0 \quad (2.12)$$

$$\pi_{OE} = v - k - m \quad (2.13)$$

Zgodnie z równaniem (2.13), na rynek zdecydują się wejść ci przedsiębiorcy, dla których $\pi_{OE} > 0$ (czyli $v > k + m$); w przypadku $\pi_{OE} = 0$ (czyli $v = k + m$) przedsiębiorca może zarówno wejść na rynek, jak i zrezygnować z tej możliwości. Gdyby na rynku nie było nieuczciwych urzędników, to już dochód w wysokości $v > k$ umożliwiłby przedsiębiorcy rozpoczęcie aktywności gospodarczej. Autorzy pokazują zatem, że występowanie korupcji na rynku jest szkodliwe dla dobrobytu społecznego, gdyż ogranicza wejście przedsiębiorców na rynek.

13 Można też interpretować $F(v)$ jako dopełnienie dystrybuanty rozkładu dochodów przedsiębiorstw.

B. Model 2 (M2)

W tym przypadku gospodarka została wzbogacona o sektor nieformalny. Prowadzenie w nim działalności gospodarczej nie wymaga kupienia od urzędnika licencji, lecz związane jest z możliwością przyłapania firmy na aktywności ukrytej (odzwierciedlaną przez prawdopodobieństwo złapania μ) i koniecznością poniesienia kary (czyli utratą całego dochodu v). W związku z tym przedsiębiorca może: nie wejść na rynek lub rozpocząć działalność w szarej strefie¹⁴, lub wejść do strefy oficjalnej, co wiąże się z zyskami równymi odpowiednio:

$$\pi_O = 0 \quad (2.14)$$

$$\pi_{SE} = (1 - \mu)v - k \quad (2.15)$$

$$\pi_{OE} = v - k - m \quad (2.16)$$

gdzie v , k , m mają tę samą interpretację, co w M1.

Aby występowała szara strefa, płynący z niej zysk musi być nieujemny ($\pi_{SE} > 0$),

czyli $v > \frac{k}{1-\mu}$. W związku z tym przedsiębiorca:

- wejdzie do strefy oficjalnej, gdy $\pi_{OE} \geq \pi_{SE}$, czyli gdy $v \geq \frac{m}{\mu}$;
- wejdzie do szarej strefy, gdy $\pi_{SE} > \pi_{OE}$ oraz $\pi_{SE} \geq 0$, czyli gdy $\frac{k}{1-\mu} \leq v < \frac{m}{\mu}$;
- nie wejdzie na rynek, gdy $v < \frac{k}{1-\mu}$.

Powyższe rozważania prowadzą do dość zaskakującego wniosku, iż w warunkach występowania korupcji w sektorze oficjalnym szara strefa jest zjawiskiem pożądanym z punktu widzenia dobrobytu społecznego. Te firmy, których nie byłoby stać na wejście na rynek ze względu na żądania łapówkarskie urzędników (por. M1), będą mogły rozpocząć działalność gospodarczą w szarej strefie. W rezultacie powinno to obniżyć roszczenia nieuczciwych urzędników, co doprowadzi do zwiększenia aktywności gospodarczej w sektorze rejestrowanym. A zatem w tym przypadku szara strefa gospodarki i strefa oficjalna są względem siebie rynkowo komplementarne.

¹⁴ Oznaczanej z indeksem SE.

C. Model 3 (M3)

W kolejnym modelu zjawisko korupcji zostało wprowadzone również do szarej strefy. Łagodzi ono negatywne konsekwencje przyłapania przedsiębiorcy na działalności nierejestrowanej – daje mu bowiem możliwość zapłacenia kontrolującemu go urzędnikowi łapówki w wysokości m_{SE} , dzięki której nie straci on całego dochodu v . Jeżeli przedsiębiorca nie zapłaci łapówki, traci swoją firmę. Zyski płynące z nierozpoczęcia działalności gospodarczej, z wejścia do szarej strefy i wejścia do strefy oficjalnej są dane odpowiednio wzorami:

$$\pi_O = 0 \quad (2.17)$$

$$\pi_{SE} = v - k - \mu * \min(m_{SE}, v) = \begin{cases} v - k - \mu * m_{SE}, & \text{gdy } m_{SE} < v \\ v - k - \mu * v, & \text{gdy } m_{SE} > v \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\pi_{OE} = v - k - m \quad (2.19)$$

gdzie v , k , m , μ mają tę samą interpretację, co w M2.

W związku z tym przedsiębiorca:

- wejdzie do strefy oficjalnej, gdy $v \geq \frac{m}{\mu}$ (gdyż $\frac{m}{\mu} < m_{SE}$);
- wejdzie do szarej strefy i jeśli zostanie złapany, to płaci łapówkę, gdy $v \geq m_{SE}$ (gdyż $\frac{m}{\mu} > m_{SE}$);
- wejdzie do szarej strefy i jeśli zostanie złapany, to poddaje się egzekucji, gdy $\frac{k}{1-\mu} \leq v$ oraz $v < \min\left(\frac{m}{\mu}, m_{SE}\right)$;
- nie wejdzie na rynek, gdy $v < \frac{k}{1-\mu}$.

Modyfikacja modelu o korupcję w szarej strefie nie zmienia wniosków płynących z modelu 2. Jedyną różnicą polega na oczekiwanych opłatach korupcyjnych – konieczności zapłaty łapówki w wysokości m w sferze oficjalnej bądź też ewentualnej łapówki w wysokości m_{SE} z prawdopodobieństwem μ w szarej strefie. Dlatego w dalszych modyfikacjach modelu zrezygnowano z występowania korupcji w szarej strefie.

D. Model 4 (M4)

W kolejnej wersji modelu uwzględniono również rynek kapitałowy. Przyjęto, że firmy operujące w sferze oficjalnej i szarej strefie różnią się wyposażeniem w zasób kapitału $k \in [0, K]$ i możliwościami inwestycyjnymi. Działalność w szarej strefie jest zazwyczaj prowadzona na mniejszą skalę, ze względu na ryzyko jej wykrycia. W związku z tym w szarej strefie nie ma możliwości korzystania z efektów skali. Dochód firm zależy zatem od wyposażenia w zasób kapitału – wraz z jego wzrostem i kolejnymi inwestycjami rośnie też prawdopodobieństwo wykrycia działalności nierejestrowanej. A zatem zyski płynące z nierozpoczęcia działalności gospodarczej, z wejścia do szarej strefy i wejścia do strefy oficjalnej są postaci:

$$\pi_O = 0 \quad (2.20)$$

$$\pi_{SE} = (1 - \mu k)vk - k \quad (2.21)$$

$$\pi_{OE} = k(v - 1) - m \quad (2.22)$$

gdzie v , k , m , μ mają tę samą interpretację, co w M2.

Jeżeli w gospodarce nie występują przekupni urzędnicy, na rynek wchodzi jedynie przedsiębiorcy o dochodach większych od jedności ($v > 1$). Przedsiębiorcy działający w szarej strefie chcą z jednej strony, aby zasób kapitału był jak największy (gdyż wysokość dochodu jest od niego zależna), lecz z drugiej strony muszą się liczyć z rosnącym ryzykiem wykrycia szarej aktywności. Z równania (2.21) wyznaczono optymalne rozmiary kapitału w szarej gospodarce:

$$k_{SE} = \min \left[\frac{1}{2\mu} \left(1 - \frac{1}{v} \right); K \right] \quad (2.23)$$

Na podstawie modelu pokazano, że w przypadku, gdy w gospodarce występuje zjawisko korupcji, korzystne z punktu widzenia dobrobytu społecznego jest umożliwienie prowadzenia działalności gospodarczej w szarej strefie, nawet jeżeli miałaby ona odbywać się na nieefektywnie małą skalę. Dodatkowo przeanalizowano skutki zwiększenia efektywności organów ścigania. Jeżeli prawdopodobieństwo wykrycia działalności nierejestrowanej wzrośnie, to szara strefa zmaleje, co następnie przyczyni się do zwiększenia roszczeń skorumpowanych urzędników i spotęgowania korupcji w gospodarce.

E. Model 5 (M5)

W ostatnim z modeli rola urzędników państwowych została rozszerzona – oprócz wydawania licencji umożliwiających rozpoczęcie działalności gospodarczej (i pobierania przy tej okazji łapówek) dostarczają również dobra publiczne w wielkości θ (po koszcie $C(\theta)$), które wpływają na produktywność firm. W sferze oficjalnej przedsiębiorstwa wykorzystują w pełni oferowane dobra publiczne, w szarej strefie dostęp do nich jest ograniczony, co mierzy się za pomocą współczynnika dostępności tych dóbr $\alpha \in [0, 1]$. Dla uproszczenia autorzy rozważali model, w którym nie występuje rynek kapitałowy oraz zjawisko korupcji w szarej strefie. Zysk przedsiębiorstw operujących w sferze oficjalnej, w szarej strefie i dochody urzędników są postaci:

$$\pi_{OE} = \theta v - m - k \quad (2.24)$$

$$\pi_{SE} = (1 - \mu)\alpha\theta v - k \quad (2.25)$$

$$R = [1 - (1 - \mu)\alpha]\theta v F(v) - C(\theta) \quad (2.26)$$

gdzie v , k , m , μ mają tę samą interpretację, co w M2.

W modelu z dobrami publicznymi występowanie szarej strefy gospodarki zwiększa aktywność gospodarczą przedsiębiorców, ale ma też swoje negatywne konsekwencje. Prowadzi bowiem do pogorszenia i nieefektywnego świadczenia dóbr publicznych przez urzędników. Pomimo tego główne wnioski są zgodne z dotychczasowymi – szara strefa jest komplementarna do strefy oficjalnej, a nie substytucyjna, zwiększa liczbę przedsiębiorców wchodzących na rynek i łagodzi nadużycia skorumpowanych urzędników.

Podsumowując, modele Choi i Thuma stanowią interesującą propozycję teoretyczną opisu zjawiska kształtowania się szarej strefy. Do ich najważniejszych zalet i wad należą:

1. Zalety:

- Największą zaletą skonstruowanych modeli jest dogłębna analiza zjawiska korupcji i jej wpływu na szarą gospodarkę. Rozważono zarówno korupcję występującą w sferze oficjalnej, jak i w szarej strefie. Poza tym porównywano skutki jej występowania w przypadku zmieniających się warunków prowadzenia działalności gospodarczej, m.in. po uwzględnieniu rynku kapitałowego, dostarczania dóbr publicznych przez instytucje państwowe.
- W modelu zaproponowano ograniczony dostęp do dóbr publicznych oferowanych przez instytucje państwowe w szarej strefie. W dotychczasowych modelach (m.in. Johnson i in., 1997; Friedman i in., 2000) zakładano, że mogą z nich korzystać wyłącznie podmioty rejestrujące swą działalność.

- Autorzy sformułowali wnioski, przeciwne do dotychczasowych, dotyczące związku korupcji i szarej strefy. W warunkach występowania skorumpowanych urzędników w sektorze oficjalnym szara strefa jest zjawiskiem pożądanym z punktu widzenia dobrobytu społecznego. A zatem szara strefa jest komplementarna do sektora rejestrowanego, a nie substytucyjna.
2. Wady:
- Mimo że uwzględniono wiele determinant szarej strefy, m.in. korupcję (biurokrację), efektywność organów ścigania, jakość dóbr publicznych dostępnych w sferze oficjalnej, to pominięto jedną z kluczowych – opodatkowanie.
 - Autorzy konstruuja kolejne wersje modelowe różniące się pod względem założonych warunków prowadzenia działalności gospodarczej. Zabrakło jednak propozycji modelu kompleksowego, który uwzględniałby wszystkie czynniki, które pojawiają się w poszczególnych modelach, tj. modelu uwzględniającego rynek kapitału finansowego, dobra publiczne dostarczane przez urzędników państwowych i korupcję w obu sektorach gospodarki.
 - W modelu zabrakło instytucji rządu; choć urzędnicy państwowi przejmują część jego zadań (dostarczają dobra publiczne), to brakuje podmiotu sprawującego politykę gospodarczą, który optymalizuje swoje decyzje pod kątem innym niż maksymalizacja wpływów z łapówek.
 - Choć model skoncentrowany jest na zjawisku korupcji, to w żaden sposób nie uwzględniono aspektu moralnego tego zjawiska.
 - Modele M1–M5 są deterministyczne, nie uwzględniają braku informacji lub złej jakości informacji oraz ich wpływu na decyzje firm, władz, a także konsumentów i inwestorów z szarej i białej strefy gospodarki.

2.6. Rola rynków kapitałowych w kształtowaniu zjawiska szarej strefy – Beloded (2005)¹⁵

Model Beloded jest dynamiczny. Występuje w nim sektor konsumpcyjny (N identycznych gospodarstw domowych) i sektor produkcyjny (nieskończenie wiele identycznych przedsiębiorstw). Dodatkowo wprowadzono uproszczony rynek finansowy, na którym możliwe jest zaciągnięcie pożyczek na prowadzenie aktywności gospodarczej od lokalnych pożyczkodawców lub międzynarodowych instytucji.

¹⁵ Omówienie tego modelu również można znaleźć w pracy Gajdki (2008), s. 126–134.

Pożyczki lokalne nie wymagają formalnych umów (nie podlegają zabezpieczeniu), w związku z czym są objęte dużo wyższym oprocentowaniem r_t w stosunku do międzynarodowej stopy procentowej R_p , co stanowi rekompensatę ryzyka.

Gospodarstwa domowe są właścicielami akcji przedsiębiorstw i konsumują wytwarzane przez nie dobra finalne. Dodatkowo dysponują czasem pracy (unormowanym do jedności), który mogą wykorzystać w sektorze oficjalnym lub szarej strefie po jednakowej stawce płacy w_t ¹⁶. Akumulują kapitał, który mogą pożyczyć przedsiębiorstwom według lokalnej stopy procentowej r_t . Gospodarstwa domowe w okresie t maksymalizują swoją oczekiwaną zdyskontowaną funkcję użyteczności U typu CRRA pod względem wielkości konsumpcji *per capita*¹⁷ c_t i kapitału *per capita* k_{t+1} :

$$U = E \left(\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\phi}}{1-\phi} \right) \quad (2.27)$$

przy ograniczeniu budżetowym postaci:

$$c_t + k'_{t+1} = (1 + r_t - d)k'_t + \pi_t + w_t \quad (2.28)$$

gdzie E jest operatorem oczekiwań, $-\phi$ to elastyczność użyteczności krańcowej, β jest czynnikiem dyskontującym, k'_{t+1} i k'_t są zasobami kapitału *per capita* posiadanymi przez gospodarstwa domowe w okresie odpowiednio $t+1$ i t , natomiast d – stopą deprecjacji kapitału, zaś π_t stanowi zysk przedsiębiorstw *per capita* w okresie t .

Przedsiębiorstwa w procesie produkcyjnym wykorzystują pracę i kapitał oraz wytwarzają homogeniczne dobra. Na początku każdego okresu zatrudniają pracę N_t i pożyczają kapitał K_t , który muszą spłacić na końcu okresu. Mogą prowadzić swoją działalność oficjalnie bądź w szarej strefie. W obu sektorach funkcja produkcji Y jest typu Cobba-Douglasa o stałych efektach skali:

$$Y_t = \theta_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad (2.29)$$

gdzie θ_t odpowiada poziomowi technologii, a N_t – zasobom pracy. Po przeliczeniu na jednostki *per capita* równanie (2.29) można zapisać jako:

$$y_t = \theta_t k_t^\alpha \quad (2.30)$$

16 A zatem nie stanowi dla nich różnicy, czy pracują w sektorze rejestrowanym czy nierejestrowanym.

17 Wszystkie zmienne *per capita* zostały wyznaczone poprzez podzielenie wartości zmiennej przez liczbę gospodarstw domowych, przy założeniu, że podaż pracy w okresie t jest równa liczbie gospodarstw domowych $N_t = N$.

Produkcja wytworzona w sferze oficjalnej γY_t podlega opodatkowaniu według stawki T . Działalność w szarej strefie $(1 - \gamma)Y_t$ jest wolna od obciążeń podatkowych, wiąże się jednak z możliwością wykrycia i koniecznością zapłaty kary w kwocie M . Prawdopodobieństwo złapania p zależy od udziału produkcji nierejestrowanej w łącznej produkcji, czyli $p = f(\gamma)$. Dodatkowo, w szarej strefie przedsiębiorstwa mogą pożyczyć kapitał niezbędny do procesu produkcyjnego $(K - \tilde{K}_t)$ wyłącznie od lokalnych pożyczkodawców, po wyższej stopie procentowej r . Natomiast kapitał zasilający produkcję oficjalną \tilde{K}_t może pochodzić również od instytucji międzynarodowych, oferujących tańszą pożyczkę R , ale na ograniczoną kwotę zależną od rozmiarów rejestrowanej produkcji ($\tilde{K}_t = f(\gamma_t)$). Przedsiębiorstwa wybierają udział produkcji rejestrowanej γ_t , wielkość zatrudnionej pracy N_t i zasób pożyczanego kapitału K_t tak, by maksymalizować oczekiwany zysk z produkcji oficjalnej (oznaczanej z indeksem o) i z produkcji nierejestrowanej (oznaczanej z indeksem s):

$$\begin{aligned} \Pi_t(Y_t) = \Pi_t^o(Y_t^o) + \Pi_t^s(Y_t^s) = (1-T)\gamma_t Y_t - w_t \gamma_t N_t - R\tilde{K}_t(\gamma_t) + (1-\gamma_t)Y_t + \\ - w_t(1-\gamma_t)N_t - r_t(K_t - \tilde{K}_t(\gamma_t)) - p(\gamma_t)M \end{aligned} \quad (2.31)$$

Beloded rozwiązała opisane powyżej zadanie optymalizacyjne, uzyskując dynamiczne warunki pierwszego rzędu, po czym dokonała analizy własności rozwiązań w stanie długookresowej równowagi. Uzyskała układ równań uwikłanych, wiążących kluczowe zmienne makroekonomiczne. Przyjmując funkcję prawdopodobieństwa złapania¹⁸ oraz kapitału pożyczanego od międzynarodowych instytucji odpowiednio postaci:

$$p(\gamma_t) = 1 - \xi \gamma_t \quad (2.32)$$

$$\tilde{K}(\gamma_t) = K_t \gamma_t \quad (2.33)$$

oraz korzystając ze skalibrowanych dla gospodarki Ukrainy wartości parametrów modelu, wyznaczyła wartości kluczowych zmiennych makroekonomicznych w długookresowym stanie równowagi.

Do najmocniejszych i najsłabszych stron propozycji Beloded należą:

1. Zalety:

- W modelu przedstawiono oryginalną propozycję strat wynikających z produkcji nierejestrowanej, polegających na ograniczonym dostępie do zewnętrznego finansowania poprzez wprowadzenie lokalnych i międzynarodowych instytucji finansowych.

18 ξ jest odwrotnością efektywności organów kontroli.

- Autorka szczegółowo zilustrowała relację pomiędzy gospodarstwami domowymi i przedsiębiorstwami – sektorem konsumpcyjnym i produkcyjnym.
2. Wady:
- Autorka niepotrzebnie skonstruowała model dynamiczny, gdyż interesował ją jedynie długookresowy stan równowagi gospodarki Ukrainy. Ten z kolei nie wymagał aż tak zaawansowanych narzędzi. Pełne wykorzystanie zalet płynących z modelu dynamicznego pozwoliłoby uzyskać np. funkcję odpowiedzi na impuls płynący z rozmaitych szoków, które można było zawrzeć w modelu.
 - Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego w postaci uwikłanej znacząco utrudnia analizę porównawczą wpływu zmian wielkości parametrów na wartości poszczególnych zmiennych.
 - W modelu zabrakło sektora rządu, który dopełniłby analizę zjawiska szarej strefy poprzez ustanawianie polityki gospodarczej.
 - Specyfikacja modelu pozwoliła na uwzględnienie wyłącznie kilku determinant szarej strefy gospodarki, czyli opodatkowania (i to w postaci stałego parametru), efektywności organów ścigania oraz ograniczonego dostępu do kapitału. Zabrakło m.in. biurokracji, korupcji, jakości instytucji państwowych.
 - Pominięty został aspekt moralny działalności w szarej strefie, zarówno w sektorze produkcyjnym, jak i konsumpcyjnym. Przedsiębiorstwa płacą jedynie kary materialne, zaś gospodarstwom domowym jest bez różnicy, gdzie będą pracować, nie ponosząc z tego tytułu żadnych negatywnych konsekwencji.

2.7. Rola organów kontroli w kształtowaniu się szarej strefy – Jędrzejowicz (1995)

W pracy rozważono dwa modele kształtowania się szarej strefy gospodarki.

A. Model 1 (ze stałą pulą dochodów)

W modelu rozważono dwie grupy podmiotów: rząd i homogeniczni pracobiorcy. Założono, że na rynku pracy występuje bezrobocie – podaż siły roboczej jest większa od popytu na pracę. Pracobiorcy mają możliwość nierejestrowania swoich dochodów D , zaś x stanowi udział dochodów legalnych.

Rząd maksymalizuje swoją funkcję zysku. Przychody budżetowe W pochodzą z dwóch źródeł: z wpływów podatkowych (według stopy podatkowej τ) oraz z kar płaconych za niezarejestrowanie dochodów. Rząd ponosi wydatki K na organy kontroli, które zajmują się wykrywaniem wykroczeń fiskalnych. W modelu założono, że efektywność ich działania zależy od wysokości tych nakładów. Wpływy z kar zależą od prawdopodobieństwa π wykrycia zatajonych dochodów oraz od mnożnika u , stanowiącego stawkę kary. Przyjmując funkcję prawdopodobieństwa π postaci¹⁹:

$$\pi = 1 - e^{-\lambda K} \quad (2.34)$$

otrzymano funkcję zysku rządu:

$$\tau x D + (1-x)(1-e^{-\lambda K})u D - K \xrightarrow{K, \tau, u} \max \quad (2.35)$$

Zmiennymi decyzyjnymi rządu są K , τ oraz u . Natomiast pracobiorcy wybierają udział dochodów rejestrowanych x , tak by maksymalizować swoje dochody D_p płynące ze strefy oficjalnej i szarej strefy:

$$D_p = x(1-\tau)D + (1-x)D - \pi u(1-x)D \xrightarrow{x} \max \quad (2.36)$$

Zaproponowany model pozwala na analizę współzależności pomiędzy instrumentami polityki gospodarczej rządu wpływającymi na szarą gospodarkę (K , τ oraz u). Na podstawie badań sondażowych przeprowadzono estymację parametrów modelu i stwierdzono, iż wyłącznie w przypadku jednego z instrumentów – nakładów budżetowych K – istnieje optimum, które maksymalizuje wpływy budżetowe.

B. Model 2 (ze zmienną pulą dochodów)

Autor w dalszej części pracy rozważa drugą wersję modelu ze zmienną pulą dochodów. Przyjęto, że decyzje o pracy nierejestrowanej powinny zależeć również od relacji między wynagrodzeniami w szarej strefie i strefie oficjalnej oraz od użyteczności płynącej z dochodów nierejestrowanych. W związku z tym na pulę pracy nierejestrowanej wpływa liczba osób, które mogą i chcą podjąć pracę nierejestrowaną, a także wielkość wykonywanej przez nie pracy nierejestrowanej. Autor przyjmuje *ad hoc* pewną postać funkcji określającej czas pracy nierejestrowanej h

¹⁹ Parametr $\lambda \in (0, 1)$ odpowiada efektywności nakładów na organy kontroli.

i funkcję czasu pracy legalnej H_1 . Pozostałe koncepcje związane z tym modelem są identyczne, jak w przypadku modelu 1, pozwala on jednak na pogłębione analizy i badania. Na podstawie eksperymentów symulacyjnych stwierdzono, m.in. że można ustalić taką politykę gospodarczą rządu, która zminimalizuje czas pracy nierejestrowanej, nie musi się ona jednak wiązać z maksymalizacją funkcji zysku rządu.

Do najważniejszych zalet i wad zaproponowanego podejścia można zaliczyć:

1. Zalety:

- Autor podjął próbę uzależnienia decyzji dotyczących pracy nierejestrowanej od relacji pomiędzy wynagrodzeniami w obu strefach.
- W pracy zaproponowano interesującą, choć skomplikowaną i nieliniową postać funkcji kary, która spełnia warunki zgodne z nurtem światowych badań nad tą tematyką.
- W modelu uwzględniono rozszerzoną koncepcję wpływu rządu na organy kontroli, bowiem zmienną decyzyjną rządu są również nakłady K na ich utrzymanie. Stawka K wpływa na efektywność działania organów kontroli i prawdopodobieństwo wykrycia działalności nierejestrowanej.

2. Wady:

- Wątpliwe jest założenie, że rząd maksymalizuje swoje zyski. Jest on raczej organem jego rodzaju, który często prowadzi działania *non-profit*. W literaturze ekonomicznej przyjmuje się z reguły pewną funkcję celu rządu, w której uwzględnia się także nieegoistyczne motywy jego działalności.
- Rząd spełnia bardzo ograniczoną funkcję w modelu, nie odgrywa żadnej pozytywnej roli w gospodarce. Ustanawia wyłącznie kary za działalność nierejestrowaną, stawkę opodatkowania i wysokość nakładów na organy ścigania. Nie dostarcza natomiast na rynek żadnych dóbr i usług publicznych.

W opracowaniu nie uzasadniono wyboru postaci funkcji określającej czas pracy nierejestrowanej h i funkcji czasu pracy legalnej H_1 .

2.8. Kapitałochłonność i pracochłonność produkcji w szarej strefie – Ihrig i Moe (2004)

Model Ihrig i Moe jest dynamiczny. Występuje w nim homogeniczna grupa podmiotów gospodarczych wyposażonych w początkowy zasób kapitału k_t i stałą ilość czasu produkcyjnego T w każdym okresie. Jednostki wybierają, jaką część czasu pracy (l_{jt}) chcą wykorzystać w sektorze oficjalnym (opodatkowanym stawką τ), a jaką w szarej strefie (l_{it}). Produkcja nierejestrowana nie podlega opodatkowaniu,

chyba że prowadzące ją jednostki zostaną wykryte przez organy kontroli, ponosząc wówczas ciężar podatkowy $\rho\tau$, gdzie ρ stanowi stopień egzekwowania prawa²⁰. Przychody podatkowe są wykorzystywane przez rząd do świadczenia usług nieprodukcyjnych.

W procesie produkcyjnym w obu strefach wytwarzane są homogeniczne dobra, natomiast różny jest sposób ich wytwarzania. W sferze oficjalnej jako czynnik produkcji wykorzystywana jest praca i kapitał, zaś w szarej strefie – jedynie praca²¹. W sektorze nierejestrowanym ograniczony jest dostęp do rynku kapitałowego, dlatego metody produkcji są bardziej pracochłonne, z kolei w sektorze oficjalnym – kapitałochłonne. Produktywność czynników produkcji w strefie rejestrowanej i nierejestrowanej zostały oznaczone odpowiednio jako θ_f i θ_i .

W okresie t jednostki wybierają bieżącą konsumpcję c_t , przyszły zasób kapitału k_{t+1} oraz czas pracy w sferze rejestrowanej l_{ft} i nierejestrowanej l_{it} , tak by maksymalizować własną zdyskontowaną funkcję użyteczności:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta_t \log(c_t) \xrightarrow{c_t, k_{t+1}, l_{ft}, l_{it}} \max \quad (2.37)$$

przy ograniczeniu budżetowym postaci:

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \leq (1 - \tau)\theta_f k_t^\alpha l_{ft}^{1-\alpha} + (1 - \rho\tau)\theta_i l_{it}^\gamma \quad (2.38)$$

gdzie $l_{it} + l_{ft} \leq T$, β – oznacza stopę dyskonta, δ – stopę deprecjacji kapitału. Równanie (2.38) opisuje warunek, zgodnie z którym konsumpcja i inwestycje w kapitał nie mogą być większe od produkcji wytworzonej w obu sektorach po opodatkowaniu. Rozwiązując zadanie optymalizacyjne, otrzymano następujące równania Eulera:

$$(1 - \tau)(1 - \alpha)\theta_f k_t^\alpha l_{ft}^{-\alpha} = (1 - \rho\tau)\gamma\theta_i l_{it}^{\gamma-1} \quad (2.39)$$

$$k_{t+1} = \left[\alpha(1 - \tau)\theta_f l_{ft+1}^{1-\alpha} \left(\frac{c_{t+1}}{\beta c_t} - 1 + \delta \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2.40)$$

W modelu uwaga skupiona jest na decyzjach jednostek związanych z akumulacją kapitału i wyborem czasu pracy w szarej strefie i strefie oficjalnej. W każdym

20 Jest to związane z efektywnością działania organów kontroli oraz z oczekiwaną karą.

21 W pracy założono, że zasób kapitału jest stały i unormowany do jedności.

okresie podmioty zrównują produkt krańcowy z pracy w obu strefach (równanie (2.39)). Wraz z akumulacją kapitału krańcowy produkt z pracy rejestrowanej wzrasta. W rezultacie, w miarę zmierzania gospodarki do stanu ustalonego (*steady state*), jednostki będą rezygnować z pracy nierejestrowanej na rzecz pracy oficjalnej. Ich decyzje zależą także od stawki opodatkowania τ i poziomu egzekwowania prawa ρ . Równanie (2.40) ilustruje wybór związany z podziałem dochodów z produkcji na konsumpcję i akumulację kapitału. Inwestycje w kapitał wymagają rezygnacji z części bieżącej konsumpcji, ale przyczyniają się do zwiększenia efektywności kapitału w przyszłości i – w rezultacie – zwiększają późniejsze możliwości konsumpcyjne.

Z równań (2.39) i (2.40) otrzymano równanie ewolucji czasu pracy nierejestrowanej:

$$l_{it+1} = \left[\frac{(1-\rho\tau)\gamma\theta_i}{(1-\tau)(1-\alpha)\theta_f} \left(\frac{(1+g_t)\beta^{-1}-1+\delta}{\alpha(1-\tau)\theta_f} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]^{1-\gamma} \quad (2.41)$$

gdzie g_t jest stopą wzrostu konsumpcji. Równanie (2.41) wyraźnie wskazuje, że wraz ze zbieganiem gospodarki do stanu ustalonego szara strefa będzie się zmniejszać, lecz wraz ze spadkiem stopy wzrostu konsumpcji redukcja szarej strefy będzie coraz mniejsza. Poziom szarej strefy w stanie ustalonym jest niezerowy i dany wzorem:

$$l_i^{ss} = \left[\frac{(1-\rho\tau)\gamma\theta_i}{(1-\tau)(1-\alpha)\theta_f} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \left[\frac{\beta^{-1}-1+\delta}{\alpha(1-\tau)\theta_f} \right]^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\gamma)}} \quad (2.42)$$

Poziom szarej strefy w stanie ustalonym maleje, gdy rośnie stopień egzekwowania prawa ρ ($\frac{\partial l_i^{ss}}{\partial \rho} < 0$) i wzrasta wraz z podniesieniem stawki opodatkowania τ ($\frac{\partial l_i^{ss}}{\partial \tau} > 0$).

Do najważniejszych mocnych i słabych stron omawianego modelu można zaliczyć:

1. Zalety:

- W modelu zaakcentowano odmienny dostęp do kapitału w sferze rejestrowanej i szarej strefie gospodarki. W związku z tym przyjęto, że produkcja oficjalna jest bardziej kapitałochłonna, podczas gdy produkcja nierejestrowana – pracochłonna.

- Autorzy przeprowadzili pogłębioną analizę stanu ustalonego (*steady state*) modelu oraz opisali, co będzie się działo z szarą strefą gospodarki w przypadku zbiegania gospodarki do tego stanu. Pokazali również, jak wpłynie zmiana stawki opodatkowania i stopy egzekwowania prawa na poziom szarej strefy w stanie ustalonym.
2. Wady:
- W modelu występuje tylko jedna grupa podmiotów – brakuje rozróżnienia na gospodarstwa domowe i przedsiębiorstwa, choć pełnią nieco inną rolę w gospodarce i odmienne są motywy ich działania.
 - W modelu pojawia się rząd, ale jest on bierny. Instrumenty polityki gospodarczej są parametrami modelu, nie są to zmienne decyzyjne. Rząd jedynie pobiera podatki i narzuca kary za pracę nierejestrowaną, nie ma pozytywnego wpływu na działalność podmiotów gospodarczych, np. poprzez dostarczanie dóbr publicznych. Optymalizacji swoich decyzji dokonuje wyłącznie jedna grupa jednostek – swoista hybryda gospodarstw domowych i przedsiębiorstw, nie czyni tego rząd. Brakuje jakichkolwiek interakcji między podmiotami na rynku (np. rządem i gospodarstwami domowymi).
 - Mimo iż w modelu zostało wprowadzone odmienne TFP w szarej strefie i sferze oficjalnej, to są to wyłącznie parametry egzogeniczne w stosunku do modelu. Na TFP nie wpływa np. polityka gospodarcza rządu poprzez dostarczanie dóbr publicznych.
 - W modelu uwzględniono wyłącznie pojedyncze determinanty szarej gospodarki – opodatkowanie i stopień egzekwowania prawa. Zabrakło m.in. korupcji, jakości instytucji publicznych, biurokracji.

2.9. Oddziaływanie regulacji środowiskowych na wielkość produkcji ukrytej – Biswas i in. (2012)

W pracy Biswas i in. (2012) skupiono się na badaniu środowiskowych konsekwencji występowania szarej strefy gospodarki. Analizowany tam model uwzględnia zjawisko korupcji, zarówno w strefie oficjalnej, jak i nierejestrowanej oraz jej wpływ na wielkość emisji zanieczyszczeń i poziom nieujawnianej produkcji.

W modelu występuje grupa jednorodnych przedsiębiorstw oraz rząd. Przedsiębiorstwa prowadzą działalność wytwórczą o łącznej produkcji równej x . Cena wytworzonych produktów została znormalizowana do jedności, zaś koszt produkcji²² wyno-

²² Przyjęto, że $c'(x) > 0$ oraz $c''(x) > 0$.

si $c(x)$. W wyniku procesu produkcyjnego emitowane są zanieczyszczenia – jedna jednostka produkcji x dostarcza jedną jednostkę zanieczyszczeń. W związku z tym rząd monitoruje i ogranicza proces produkcyjny poprzez ustanowienie regulacji środowiskowych. Wprowadza poziom redukcji zanieczyszczeń²³ $e \in [0, 1]$, w wyniku czego jedna jednostka produkcji x generuje mniej, czyli $1 - e$, jednostek zanieczyszczeń. Firmy zobligowane są do przestrzegania regulacji środowiskowych, co wiąże się z koniecznością poniesienia kosztów redukcji zanieczyszczeń²⁴ $a(e)$ za jedną jednostkę produkcji x .

Występowanie kosztów redukcji zanieczyszczeń może skłaniać przedsiębiorstwa do przeniesienia części produkcji do szarej strefy, gdzie takie obciążenia nie występują. Wiąże się to jednak z ryzykiem wykrycia nierejestrowanej produkcji równej x_r . Prawdopodobieństwo przyłapania p przez organy kontrolne rządu zależy od rozmiarów produkcji nieujawnianej²⁵, czyli $p = f(x_r)$. Pozostałą część produkcji, wytwarzaną oficjalnie, oznaczono jako x_F , przy czym $x_F + x_I = x$.

Nie każdy urzędnik przeprowadzający kontrolę sposobu prowadzenia działalności gospodarczej jest uczciwy, tj. w gospodarce występuje pewien odsetek γ skorumpowanych urzędników. Jeżeli kontroler jest uczciwy, to nakłada na przedsiębiorcę, który zataja część produkcji, karę równą L , czyli jej wielkość równa jest wysokości łącznej produkcji nierejestrowanej. Zatem $L = x_r$. Jeżeli urzędnik jest skorumpowany, przedsiębiorca może go przekupić łapówką b_I . Wówczas $L = b_I$. Stawka łapówki b_I ustalana jest w wyniku negocjacji pomiędzy przedsiębiorcą a kontrolerem.

Dodatkowo w modelu wprowadzono korupcję do strefy oficjalnej, która związana jest z koniecznością posiadania licencji na prowadzenie rejestrowanej działalności gospodarczej. Jeżeli przedsiębiorstwo natrafi na skorumpowanego biurokratę, którego odsetek w gospodarce wynosi ψ , to zmuszone będzie zapłacić mu łapówkę w wysokości b_F . Podobnie jak w szarej strefie, stawka łapówki b_F powstaje w wyniku dwustronnych negocjacji pomiędzy stronami uczestniczącymi w tym procederze.

Podsumowując dotychczasowe rozważania, można zauważyć, że zaproponowana gra rynkowa przebiega dwuetapowo. W pierwszym etapie firmy decydują, jaką część produkcji x wytwarzać oficjalnie (x_F), a jaką przenieść do szarej strefy (x_r). W etapie drugim organy kontrolne przeprowadzają inspekcje w wybranych przedsiębiorstwach. W rezultacie podmioty nakryte na działalności nierejestrowanej muszą zapłacić karę lub dać łapówkę. Aby przenieść produkcję do strefy oficjalnej, przedsiębiorstwa zobligowane są do posiadania licencji, co wiąże się z łapówką dla skorumpowanych biurokratów.

23 Dla $e = 0$ nie ma żadnych ograniczeń, zaś dla $e = 1$ rząd w pełni kontroluje zanieczyszczenia.

24 Założono, że a jest funkcją rosnącą i wypukłą.

25 Przyjęto, iż $p' > 0$, $p'' > 0$ oraz $p(0) = p'(0) = 0$.

Rozwiązanie gry wyznaczono za pomocą indukcji wstecznej. W etapie drugim przeciętna kara wynosi:

$$EL = (1 - \gamma)x_I + \gamma b_I \quad (2.43)$$

zaś stawki łapówki w szarej strefie i strefie oficjalnej wyznaczone za pomocą negocjacji Nasha są równe odpowiednio:

$$b_I^* = (1 - \alpha)x_I \quad (2.44)$$

$$b_F^* = (1 - \alpha)x_F \quad (2.45)$$

gdzie α oznacza siłę przetargową firm. Wstawiając (2.44) do (2.43), otrzymuje się:

$$EL(x_I) = (1 - \gamma\lambda)x_I \quad (2.46)$$

W etapie pierwszym przedsiębiorstwa wybierają rozmiary produkcji rejestrowanej i nieujawnianej, tak by maksymalizować swoją funkcję zysku²⁶:

$$\pi = x_F + x_I - c(x_F + x_I) - a(e)x_F - \psi(1 - \alpha)x_F - p(x_I)(1 - \gamma\lambda)x_I \xrightarrow{x_F, x_I} \max \quad (2.47)$$

Z rozwiązania zadania optymalizacyjnego i przeprowadzonej statyki porównawczej wyciągnięto następujące wnioski:

- 1) gdy w gospodarce występuje sektor oficjalny i szara strefa, to wprowadzenie surowszych regulacji środowiskowych prowadzi do spadku produkcji rejestrowanej i wzrostu aktywności nierejestrowanej;
- 2) gdy w gospodarce występuje sektor oficjalny i szara strefa, wówczas wpływ poziomu regulacji środowiskowych na wielkość emisji zanieczyszczeń²⁷ jest niejednoznaczny. Z jednej strony, każda jednostka produkcji oficjalnej wytwarzana jest przy mniejszej emisji zanieczyszczeń (wzrost e). Co więcej, spada wielkość łącznej produkcji, a więc również ilość generowanych zanieczyszczeń. Natomiast z drugiej strony, rośnie wielkość produkcji nierejestrowanej, która wytwarza większą ilość zanieczyszczeń na jedną jednostkę produkcji. Końcowy efekt będzie zatem zależeć od tego, który z opisanych efektów przeważa. Jedynie w przypadku wprowadzenia redukcji zanieczyszczeń na poziomie bliskim 0 ($e \approx 0$) można jednoznacznie stwierdzić, że emisja zanieczyszczeń ulegnie zmniejszeniu;

26 Pierwsze dwa człony odpowiadają przychodom z produkcji, zaś następne odpowiednio kosztom związanym z procesem produkcyjnym, redukcją zanieczyszczeń, łapówką w sektorze oficjalnym oraz karą za nakrycie na działalności nierejestrowanej.

27 Równanie na emisję zanieczyszczeń jest następujące: $E = x_I + (1 - e)x_F = (1 - e)x + ex_I$.

- 3) spotęgowanie zjawiska korupcji wśród urzędników prowadzących kontrolę prowadzi do zwiększenia szarej strefy gospodarki i podwyższenia emisji zanieczyszczeń;
- 4) wzrost korupcji w sektorze oficjalnym wśród urzędników przyznających licencje prowadzi do wzrostu rozmiarów szarej strefy gospodarki, zaś wpływ na wielkość zanieczyszczeń nie jest jednoznaczny.

Dokonując oceny powyższego modelu, można stworzyć listę jego najważniejszych zalet i wad:

1. Zalety:

- W modelu uwzględniono dwie formy korupcji: związaną z przekupieniem urzędnika dokonującego kontroli (komplementarną do szarej strefy) oraz dotyczącą możliwości uzyskania licencji na prowadzenie działalności rejestrowanej (substytucyjną do szarej strefy). Jest to zgodne z wynikami pracy m.in. Drehera i Schneidera (2010), gdzie autorzy sugerują, że korupcja w krajach rozwijających się i rozwiniętych ma odmienny charakter. W modelu uwzględniono obie te formy.
- W publikacji dogłębnie przeanalizowano wpływ szarej gospodarki na wielkość emisji zanieczyszczeń oraz wpływ korupcji na wielkość szarej strefy.
- Stawka łapówki ustalana jest w drodze negocjacji pomiędzy stronami transakcji, tj. nie została narzucona przez skorumpowanego urzędnika, jak najczęściej przyjmuje się w innych modelach.

2. Wady:

- Przedsiębiorstwa są zmuszone do zapłacenia łapówki w przypadku natrafienia na skorumpowanego biurokratę; nie podejmują w tej sprawie decyzji.
- W modelu pominięty został aspekt moralny płacenia łapówek.
- W modelu rola rządu została bardzo ograniczona. Ustala on wyłącznie stopień redukcji zanieczyszczeń, lecz nie prowadzi polityki gospodarczej. Co więcej, rząd nie optymalizuje swoich decyzji (e jest parametrem). W badaniu pominięto też interakcje między rządem a przedsiębiorstwami.
- W pracy nie uwzględniono licznych determinant szarej strefy, m.in. opodatkowania, jakości instytucji publicznych, biurokracji.

2.10. Model klasy DSGE z uwzględnieniem szarej strefy gospodarki – Orsi i in. (2014)

W modelu występują trzy grupy podmiotów: kontinuum identycznych gospodarstw domowych, przedsiębiorstwa i rząd, zaś ich wzajemne interakcje odbywają się w środowisku stochastycznym, gdzie krótkookresowa dynamika gospodarki

jest napędzana przez szoki produktywności, preferencji, inwestycyjne i fiskalne. Jest to zatem model klasy DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*).

Przedsiębiorstwa w ramach doskonałej konkurencji wytwarzają kontinuum homogenicznych dóbr indeksowanych przez $i \in [0, 1]$. Gospodarstwa domowe dostarczają zasób pracy i kapitału do procesu produkcyjnego, a uzyskane dochody konsumują lub inwestują. Rząd pobiera podatki od gospodarstw domowych i przedsiębiorstw w celu sfinansowania wydatków publicznych.

Gospodarka jest podzielona na dwa sektory: oficjalny i szarą strefę. Transakcje odbywające się w sferze nieformalnej nie są rejestrowane przez rząd, dlatego przedsiębiorstwa i gospodarstwa domowe mają możliwość uchylecia się od części opodatkowania poprzez przeniesienie swojej aktywności gospodarczej do szarej strefy. W każdym okresie t , z pewnym istotnym, niezerowym prawdopodobieństwem, przedsiębiorstwa mogą zostać poddane kontroli fiskalnej, która wykaże faktyczne rozmiary produkcji i zobliguje nieuczciwe przedsiębiorstwa do zapłaty podatków, powiększonych o stawkę kary. Gospodarstwa domowe oferujące pracę nierejestrowaną i dostarczające zasób kapitału do szarej strefy nie podlegają kontroli. Wszystkie zmienne oraz parametry związane z sektorem oficjalnym oznaczono z indeksem górnym m , zaś z sektorem nieformalnym – z indeksem górnym u .

A. Sektor przedsiębiorstw

Przedsiębiorstwo i w każdym okresie t w procesie produkcyjnym wykorzystuje zasób kapitału $k_{i,t}$ oraz pracy $h_{i,t}$. Ponieważ istnieje możliwość przeniesienia części działalności do szarej strefy gospodarki, wyróżniono produkcję oficjalną $y_{i,t}^m$ oraz produkcję ukrytą $y_{i,t}^u$. Funkcje produkcji w sferze oficjalnej i szarej strefie są typu Cobba-Douglasa, z postępem technicznym Γ_t w sensie Harroda, i są dane odpowiednio wzorami:

$$y_{i,t}^m = A_t (\Gamma_t h_{i,t}^m)^\alpha (k_{i,t}^m)^{1-\alpha} \quad (2.48)$$

$$y_{i,t}^u = B_t (\Gamma_t h_{i,t}^u)^{\alpha_u} (k_{i,t}^u)^{1-\alpha_u} \quad (2.49)$$

gdzie: $y_{i,t} = y_{i,t}^m + y_{i,t}^u$, $\alpha \in (0, 1)$, $\alpha_u \in (0, 1]$, A_t , B_t – krótkookresowy szok technologiczny w odpowiednim sektorze, Γ_t – postęp techniczny związany z pracą, który rośnie według deterministycznego trendu $\Gamma_t = \gamma \Gamma_{t-1}$, $\gamma > 1$.

Założenie o odmiennych szokach technologicznych A_t i B_t prowadzi do istotnych różnic w wydajności pracy pomiędzy sektorami oraz, jak tłumaczą autorzy, ma na celu podkreślić pracowitość charakter szarej strefy gospodarki. Dobra wytwarzane w sferze oficjalnej i szarej strefie są nierozróżnialne, dlatego ich cena

w równowadze jest taka sama i została unormowana do jedności. Każda jednostka dochodu oficjalnego przedsiębiorstw (po odliczeniu kosztów pracy) jest opodatkowana stochastyczną stawką podatku od przedsiębiorstw $\tau_t^c < 1$.

Na rynku kapitałowym i rynku pracy występuje konkurencja doskonała. Za jednostkę kapitału wykorzystaną w procesie produkcyjnym w strefie oficjalnej (szarej strefie) firmy płać rentę kapitałową r_t^m (r_t^u), zaś płać za jednostkę czasu pracy wynosi w_t^m (w_t^u). Płać w strefie oficjalnej powiększona jest o stochastyczną stawkę podatku od ubezpieczeń społecznych $\tau_t^s < 1$. W związku z tym łączne koszty (TC) przedsiębiorstwa i w okresie t dane są wzorem:

$$TC(h_{i,t}^m, h_{i,t}^u, k_{i,t}^m, k_{i,t}^u) = (1 + \tau_t^s)w_t^m h_{i,t}^m + r_t^m k_{i,t}^m + w_t^u h_{i,t}^u + r_t^u k_{i,t}^u \quad (2.50)$$

W każdym okresie t firmy mogą zostać przyłapano na prowadzeniu działalności nierejestrowanej ze stochastycznym prawdopodobieństwem $p_t \in (0, 1)$ i zobligowane do zapłacenia podatku od dochodów z produkcji ukrytej (po odliczeniu kosztów pracy) według stawki τ_t^c powiększonej o karę $s > 1$. W związku z tym oczekiwane przychody netto (po odliczeniu kosztów pracy) $E(NR(y_{i,t}))$ są postaci:

$$E(NR(y_{i,t})) = (1 - \tau_t^c)y_{i,t}^m + (1 - sp_t \tau_t^c)y_{i,t}^u + sp_t \tau_t^c w_t^u h_{i,t}^u + \tau_t^c w_t^m h_{i,t}^m \quad (2.51)$$

Podsumowując powyższe rozważania, można powiedzieć, że problem decyzyjny przedsiębiorstwa i sprowadza się do wyboru w każdym okresie t wielkości czynników produkcji w obu sektorach ($h_{i,t}^m, h_{i,t}^u, k_{i,t}^m, k_{i,t}^u$), tak by zmaksymalizować swoją funkcję zysku:

$$E_t(NR(y_{i,t})) - TC(h_{i,t}^m, h_{i,t}^u, k_{i,t}^m, k_{i,t}^u) \xrightarrow{h_{i,t}^m, h_{i,t}^u, k_{i,t}^m, k_{i,t}^u} \max \quad (2.52)$$

spełniając warunki (2.48) i (2.49).

B. Sektor gospodarstw domowych

W modelu założono, że gospodarstwa domowe czerpią użyteczność z konsumpcji²⁸ c_t , natomiast dysużyteczność wynika z łącznego czasu pracy ($h_t^m + h_t^u$) i z dodatkowych kosztów związanych z pracą nierejestrowaną h_t^u , np. brakiem ubezpieczenia zdrowotnego. Funkcja użyteczności jest typu CRRA i w momencie 0 przyjmuje postać:

28 A dokładniej – z konsumpcji c_t w stosunku do postępu technologicznego Γ_t , dzięki czemu gospodarka rozwija się wzdłuż zbilansowanej ścieżki wzrostu.

$$U_t^h = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left\{ \frac{\left(\frac{c_t}{\Gamma_t}\right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \xi_t^h B_0 \frac{(h_t^m + h_t^u)^{1+\xi}}{1+\xi} - B_1 \frac{(h_t^u)^{1+\phi}}{1+\phi} \right\} \quad (2.53)$$

gdzie: $\sigma > 0$ jest odwrotnością międzyokresowej elastyczności substytucji, $\beta \in (0, 1)$ to czynnik dyskontujący, $B_0 \geq 0$, $B_1 \geq 0$ – parametry preferencji dysużyteczności z pracy, $\xi > 0$ ($\phi > 0$) stanowi odwrotność elastyczności łącznej podaży pracy (pracy nierejestrowanej), zaś ξ_t^h odpowiada krótkookresowym szokom podaży pracy, które wpływają na krańcową stopę substytucji między konsumpcją i czasem wolnym.

Gospodarstwa domowe świadczą usługi pracy i pożyczają przedsiębiorstwom kapitał, który zmienia się w czasie zgodnie z następującym prawem ruchu:

$$k_{t+1} = \xi_t^x x_t + (1 - \delta_k) k_t \quad (2.54)$$

gdzie x_t stanowi wielkość inwestycji w okresie t , $\delta_k \in [0, 1]$ jest stopą deprecjacji kapitału, zaś ξ_t^x reprezentuje krótkookresowy egzogeniczny szok, który odzwierciedla efektywność przekształcenia dobra finalnego w kapitał fizyczny.

Gospodarstwa domowe mogą uchylić się od części opodatkowania dochodów poprzez przeniesienie niektórych zasobów pracy i kapitału do szarej strefy. Dochody ze strefy oficjalnej podlegają opodatkowaniu stochastyczną stawką podatku dochodowego $\tau_t^h < 1$. A zatem dochody gospodarstw domowych pochodzą z dwóch źródeł: z renty z kapitału i wynagrodzeń z pracy z opodatkowanego sektora oficjalnego oraz nieopodatkowanej szarej strefy. Całość dochodów jest przeznaczana na konsumpcję lub inwestycje. Otrzymano w ten sposób następujące ograniczenie budżetowe gospodarstw domowych:

$$c_t + x_t = (1 - \tau_t^h)(w_t^m h_t^m + r_t^m k_t^m) + w_t^u h_t^u + r_t^u k_t^u \quad (2.55)$$

gdzie:

$$k_t = k_t^m + k_t^u \quad (2.56)$$

A zatem problem decyzyjny gospodarstw domowych sprowadza się do wyboru wielkości konsumpcji c_t i zasobów pracy i kapitału zatrudnianych w obu sektorach $h_t^m, h_t^u, k_t^m, k_t^u$, które będą maksymalizować ich funkcję użyteczności (2.53) przy ograniczeniach (2.54)–(2.56). Po wykonaniu niezbędnych obliczeń i przekształceniu warunków koniecznych otrzymano równanie podaży pracy nierejestrowanej²⁹:

29 W przypadku, gdy warunek $w_t^u - (1 - \tau_t^h)w_t^m > 0$ nie jest spełniony, to $h_t^u = 0$.

$$h_t^u = [\Gamma_t^{\sigma-1} c_t^{-\sigma}]^{\frac{1}{\phi}} \left[\frac{w_t^u - (1 - \tau_t^h) w_t^m}{B_1} \right]^{\frac{1}{\phi}}, \text{ gdy } w_t^u - (1 - \tau_t^h) w_t^m > 0 \quad (2.57)$$

gdzie $\frac{1}{\phi}$ jest elastycznością Frischa podaży pracy nierejestrowanej w stosunku do różnicy płac netto pomiędzy szarą strefą a strefą oficjalną. Zgodnie z powyższym równaniem gospodarstwa domowe będą pracować w szarej strefie, dopóki płaca w niej uzyskiwana przewyższa płacę netto ze strefy oficjalnej. Dla danej różnicy płac wzrost parametru B_1 przyczynia się do spadku podaży pracy nierejestrowanej, ze względu na rosnącą dysużyteczność z nią związaną.

C. Rząd

W każdym okresie t rząd ustala stawki opodatkowania tak, by sfinansować swoją konsumpcję g_t . Dla uproszczenia w modelu nie występuje dług publiczny, w związku z czym budżet rządu jest zbilansowany w każdym okresie. Na przychody budżetowe rządu składają się wpływy z podatków od dochodów gospodarstw domowych, z podatków płaconych przez przedsiębiorstwa (w tym z kar za działalność nierejestrowaną) oraz ze składek na ubezpieczenia społeczne. Ograniczenie budżetowe rządu jest zatem postaci:

$$g_t = \tau_t^h (w_t^m h_t^m + r_t^m k_t^m) + \tau_t^c \int_0^1 [y_{i,t}^m - w_t^m h_{i,t}^m + p_t s(y_{i,t}^u - w_t^u h_{i,t}^u)] di + \tau_t^s w_t^m \int_0^1 h_{i,t}^m di \quad (2.58)$$

Dodatkowo w modelu przedstawiono wzór na skalę procederu uchylania się od opodatkowania (TE) w okresie t przez przedsiębiorstwa i gospodarstwa domowe:

$$TE_t = \tau_t^s w_t^u \int_0^1 h_{i,t}^u di + \tau_t^h (w_t^u h_t^u + r_t^u k_t^u) + (1 - p_t) \tau_t^c \int_0^1 (y_{i,t}^u - w_t^u h_{i,t}^u) di \quad (2.59)$$

Wszystkie szoki w modelu opisywane są przez stacjonarny proces VAR(1).

Podsumowując dotychczasowe rozważania, można stwierdzić, że do mocnych i słabych stron modelu należy zaliczyć:

1. Zalety:

- W modelu występują trzy grupy podmiotów: sektor gospodarstw domowych, sektor przedsiębiorstw oraz rząd, co pozwala na odrębną analizę roli każdej z tych grup w gospodarce i zbadanie ich wzajemnych interakcji, dzięki czemu model jest kompleksowy.

- W modelu wprowadzono aspekt moralny działalności w szarej strefie w przypadku sektora gospodarstw domowych w postaci dodatkowej dysużyteczności z pracy nierejestrowanej.
 - W pracy przedstawiono propozycję wyznaczania wielkości strat fiskalnych z tytułu występowania szarej strefy i uchylania się jednostek od opodatkowania.
 - Autorzy dokonali rozróżnienia procesu produkcyjnego prowadzonego w szarej strefie i sektorze oficjalnym gospodarki.
2. Wady:
- Gospodarstwa domowe nie ponoszą żadnej kary za uchylanie się od opodatkowania dochodów, są pod tym względem bezkarne. W modelu wprowadzono jedynie dysużyteczność z pracy nierejestrowanej, brakuje jednak instytucji fiskalnych, które kontrolowałyby pracę nierejestrowaną oraz pożyczki kapitału poza strefą oficjalną i ustanawiałyby kary za tego typu proceder. Bezkarność gospodarstw domowych jest tym bardziej widoczna, iż w przypadku sektora przedsiębiorstw zostały utworzone instytucje kontrolne.
 - Modele DSGE ze względu na swój dynamiczny i stochastyczny charakter są bardzo skomplikowane – co znacząco utrudnia wprowadzenie wielu determinant szarej strefy gospodarki. Choć model jest mocno złożony (zawiera sektor gospodarstw domowych, przedsiębiorstw i rząd), to szara strefa została wprowadzona w bardzo ograniczonej postaci. Prowadzenie aktywności nierejestrowanej związane jest wyłącznie z chęcią uchylenia się od opodatkowania. Brakuje m.in. takich czynników, jak jakość instytucji publicznych, biurokracja, korupcja.
 - Rola rządu w modelu jest bardzo ograniczona, ustala on wyłącznie stawki opodatkowania. Brakuje natomiast dóbr i usług publicznych, które rząd dostarczałby gospodarstwom domowym i przedsiębiorstwom, np. tym samym zwiększając produktywność przedsiębiorstw. Rząd nie wpływa też na jakość instytucji kontrolnych, a prawdopodobieństwo przeprowadzenia kontroli w danym przedsiębiorstwie jest losowe i nie zależy, np. od nakładów budżetowych.

2.11. Wnioski i podsumowanie

W tym rozdziale dokonano szczegółowego opisu wybranych, zawartych w literaturze ekonomicznej, modeli teoretycznych charakteryzujących zjawisko szarej strefy gospodarki. Pośród omówionych modeli można znaleźć modele statyczne,

dynamiczne, wykorzystujące narzędzia teorii gier, typowe modele optymalizacyjne, a nawet modele klasy DSGE.

W opisanych modelach z reguły uwzględniono pojedyncze determinanty gospodarki nieformalnej i przeanalizowano wyłącznie ten związek, np. wpływ korupcji na szarą strefę, regulacje środowiskowe w odniesieniu do produkcji ukrytej itp. Brakuje ciągle modelu relatywnie kompleksowego, który obejmowałby możliwie dużą liczbę determinant sektora nieformalnego, co pozwoliłoby na wielostronną i całościową analizę kształtowania się zjawiska szarej strefy gospodarki.

W rozdziale trzecim, korzystając z wniosków płynących z analizy najistotniejszych modeli matematycznych obejmujących szarą gospodarkę, podjęto próbę stworzenia autorskiego, kompleksowego modelu szarej strefy. Rozróżniono pracę i produkcję nierejestrowaną, tworząc dla nich dwa osobne modele w celu zaakcentowania odmienności procesu decyzyjnego podejmowanego przez gospodarstwa domowe i przedsiębiorstwa. Każdy z tych modeli zawiera nieco inny, specyficzny dla danego zjawiska, zestaw determinant. Konstruując modele, skorzystano z niektórych idei i pomysłów, które pojawiły się w omawianych pracach.

Oczywiście zaprezentowane publikacje nie wyczerpują listy modeli teoretycznych szarej gospodarki, które można znaleźć w literaturze ekonomicznej, są to jednak z punktu widzenia tematu niniejszej monografii modele najważniejsze, będące inspiracją do badań przedstawionych w następnych rozdziałach. Inne modele można znaleźć np. w pracach następujących autorów: Loayza (1996), Fugazza i Jacques (2004), Kannianen i in. (2005), Amaral i Quintin (2006), Dell'Anno i Teobaldelli (2015), Vlachaki (2015).

Rozdział 3

Modele teoretyczne kształtowania się szarej strefy gospodarki

3.1. Wprowadzenie

W poprzednim rozdziale omówiono zalety i wady teoretycznych modeli opisujących kształtowanie się szarej strefy gospodarki. Istotą tych modeli było koncentrowanie się na pojedynczych determinantach gospodarki ukrytej (np. na współzależności między korupcją i szarą strefą), przy czym pominięty został szereg innych czynników wpływających na aktywność ukrytą.

W porównaniu do modeli opisanych poprzednio modele konstruowane w tym rozdziale różnią się co do istoty, formy i treści następującymi elementami. Po pierwsze, uwzględniono w nich wiele różnych determinant szarej strefy gospodarki – nie tylko te o charakterze typowo ekonomicznym (np. obciążenia podatkowe, wysokość grzywny), lecz także czynniki pozaekonomiczne, które kształtują otoczenie prawno-organizacyjne prowadzenia działalności gospodarczej (np. stopa biurokracji, jakość instytucji publicznych – czyli stopień demokratyczności sprawowanej władzy i efektywność wydatków publicznych – poziom korupcji, skuteczność działania organów kontroli). Po drugie, rozróznilo elementy składowe szarej gospodarki, wyodrębniając pracę nierejestrowaną i produkcję ukrytą. Pozwoliło to na uwzględnienie w poszczególnych modelach czynników charakterystycznych dla danego typu działalności nierejestrowanej. Przykładowo, do modelu pracy nierejestrowanej włączono czynnik moralny określający postrzeganie przez gospodarstwa domowe pracy „na czarno”, który powoduje spadki wartości ich funkcji użyteczności z tytułu wykonywania aktywności nierejestrowanej. Z kolei w modelu produkcji ukrytej uwzględniono zjawisko korupcji (zarówno w szarej strefie, jak i gospodarce oficjalnej), które wywiera znaczny wpływ na działalność przedsiębiorców. W modelach omawianych w rozdziale drugim często analizowano pewną hybrydę pomiędzy gospodarstwami domowymi i przedsiębiorstwami (m.in. Ihrig, Moe, 2004; Johnson i in., 1997), jednak prowadziło to do dalszych problemów przy aplikacji empirycznej tych modeli. Nie jest bowiem wiadome, jakie mierniki determinant

powinny być uwzględnione – czy te dotyczące sektora przedsiębiorstw, czy gospodarstw domowych. Stworzenie odrębnych modeli pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej pozwala na uniknięcie tego problemu¹. Po trzecie, w konstruowanych modelach znacznie rozszerzono rolę rządu w gospodarce. Nie jest on podmiotem biernym (jak np. w pracy Ihrig, Moe, 2004; Biswas i in., 2012), lecz organem decyzyjnym optymalizującym swą funkcję celu i reagującym odpowiednią polityką fiskalną na działania gospodarstw domowych lub przedsiębiorstw. Po czwarte, istota konstruowanych modeli opiera się na wzajemnych interakcjach pomiędzy gospodarstwami domowymi i rządem w modelu pracy nierejestrowanej oraz pomiędzy przedsiębiorstwami i rządem w modelu produkcji ukrytej. To właśnie w wyniku ścierania się dążeń tych grup podmiotów w gospodarce ustala się dana wielkość szarej strefy.

Zatem w bieżącym rozdziale zostaną zaproponowane modele teoretyczne kształtowania się szarej strefy gospodarki. W opisie pierwszego modelu uwaga będzie skupiona na zjawisku pracy nierejestrowanej², natomiast w drugim – na analizie produkcji ukrytej³. W obu przypadkach koncentrowano się na oddziaływaniu polityki gospodarczej rządu na decyzje podmiotów gospodarczych. Poprzez wzajemne interakcje rządu z gospodarstwami domowymi oraz rządu z przedsiębiorstwami kształtować się będzie odpowiednio praca nierejestrowana i produkcja ukryta. W każdym z modeli uwzględnione zostaną determinanty szarej strefy gospodarki, wynikające z licznych badań empirycznych opisanych w podrozdziale 1.3, a syntetycznie zaprezentowane w tab. 5.

Oba prezentowane w tej monografii modele są statyczne. Autorka ma świadomość, że w literaturze tematu oprócz modeli statycznych można spotkać również podejście dynamiczne, m.in. modele klasy DSGE⁴. Tym niemniej, ze względu na wysoki stopień skomplikowania modeli dynamicznych, szara strefa jest w nich uwzględniana w bardzo ograniczony sposób – np. jako efekt wyłącznie polityki fiskalnej rządu. Dla uproszczenia i tak już bardzo skomplikowanej

1 Stworzenie odrębnych modeli wiąże się jednak z innymi ograniczeniami – pomijane są bowiem wzajemne interakcje pomiędzy gospodarstwami domowymi i przedsiębiorstwami. Z tej perspektywy dużo lepszy byłby model trójsektorowy, np. DSGE, chociaż ze względu na jego znaczne skomplikowanie nie byłoby możliwe przeprowadzenie rozbudowanej analizy wielu różnych determinant szarej strefy. Po raz kolejny pojawia się też problem szacowania dynamiki szarej strefy.

2 Rozbudowaną i wieloaspektową analizę zjawiska pracy nierejestrowanej w Polsce można znaleźć w publikacji pod redakcją Bednarskiego i in. (2008).

3 Początkowo autorka rozważała łączne zjawisko szarej strefy (bez rozbicia na pracę nierejestrowaną i produkcję ukrytą), w którym występował podmiot gospodarczy stanowiący hybrydę gospodarstw domowych i przedsiębiorstw (por. Malaczewska 2014; 2016). Uniemożliwiało to jednak m.in. wprowadzenie czynników typowych dla danego typu aktywności nierejestrowanej oraz utrudniało poszukiwanie konkretnych mierników parametrów przy dalszych analizach empirycznych.

4 Ujęcie to zwięźle omówiono w podrozdziale 2.10.

analizy pomija się w nich szereg innych determinant szarej strefy, takich jak m.in. biurokracja, jakość instytucji publicznych, poziom korupcji. Celem obecnej pracy jest stworzenie kompleksowego modelu szarej gospodarki, w którym uwzględnione będzie możliwie wiele jej determinant w ujęciu statycznym. Warto przypomnieć, że dane dotyczące sektora nieformalnego, m.in. próby szacowania skali działalności nierejestrowanej, budzą liczne wątpliwości. Dotyczy to w szczególności dynamiki zmian wielkości i struktury szarej strefy. Okazuje się, że niektóre metody szacunku wskazują na tendencję wzrostową, zaś inne – na trend malejący (por. rozdział pierwszy, s. 26–29). W związku z tym posługiwanie się danymi w postaci szeregów czasowych szarej strefy gospodarki często generuje wyniki nieodporne na wybór wskaźnika aktywności nierejestrowanej. Przyjęcie zaś średniej wartości danego szeregu czasowego za okres kilku lat przynosi informację o – wolnej od powyższej wady – przeciętnej skali zjawiska i pozwala na tworzenie na tej podstawie dalszych analiz empirycznych. Jest to kolejny argument przemawiający za modelami statycznymi. Dodatkowo, wiele determinant szarej strefy ma charakter długookresowy – m.in. biurokracja, korupcja, efektywność organów kontroli, jakość instytucji publicznych, *tax morale* społeczeństwa. Zdaniem autorki są to czynniki wolno zmieniające się w czasie, dlatego dyskusyjne byłoby posługiwanie się szeregami czasowymi tych zmiennych. Ze względu na ich trudno mierzalny charakter, wątpliwe są również sposoby szacunku wartości tych determinant, w szczególności ich zmienność w czasie.

Tabela 5. Determinanty szarej strefy uwzględnione w modelu pracy nierejestrowanej i modelu produkcji ukrytej

Determinanta szarej strefy	Model pracy nierejestrowanej	Model produkcji nierejestrowanej
Opodatkowanie i paraopodatkowanie	tak	tak
Możliwość wykrycia działalności nierejestrowanej	tak	tak
Kara za działalność nierejestrowaną	tak	tak
Jakość instytucji publicznych	tak	tak
Ograniczony dostęp do dóbr publicznych w szarej strefie	tak	tak
Poziom biurokracji	tak	tak
Korupcja w strefie oficjalnej	nie	tak
Korupcja w szarej strefie	nie	tak
Tax morale	tak	nie

Źródło: opracowanie własne.

3.2. Model pracy nierejestrowanej

3.2.1. Założenia ogólne

Model jest statyczny. Występują w nim dwie grupy podmiotów gospodarczych: homogeniczne gospodarstwa domowe oraz organ sprawujący władzę – rząd. Gospodarstwa domowe reprezentowane są przez typowe gospodarstwo domowe (tzw. reprezentatywne gospodarstwo domowe – *representative agent*)⁵. Każda z grup podmiotów dąży do maksymalizacji własnej funkcji celu przy danych ograniczeniach budżetowych. Dla uproszczenia założono, że jednostki nie mają możliwości pożyczania ani oszczędzania – model jest zbilansowany (przychody są równe wydatkom).

W modelu wprowadzono uproszczony rynek pracy – z analizy wyłączono bezrobocie. Wszystkie gospodarstwa domowe mogą pracować, podejmują jedynie decyzje dotyczące sfery zatrudnienia – albo w sektorze oficjalnym, albo w szarej strefie. Analizowana jest zatem praca nierejestrowana (praca w szarej strefie, praca „na czarno”) jako taka, która związana jest z wyborem gospodarstw domowych, nie zaś z przymusem wynikającym z braku perspektyw w sektorze oficjalnym⁶.

3.2.2. Rząd

Rząd prowadzi politykę fiskalną. Ustala wysokość stawki opodatkowania $\tau \in (0, 1)$, która pobierana jest od dochodów gospodarstw domowych osiągniętych z pracy rejestrowanej. Praca w szarej strefie nie podlega opodatkowaniu. Dodatkowo rząd ustanawia organy kontroli, które sprawują nadzór nad formą zatrudnienia – jeżeli gospodarstwo domowe zostanie przyłapane na pracy nierejestrowanej, musi zapłacić karę P . Przychody rządu pochodzą z dwóch źródeł: z wpływów z podat-

5 Analiza z wykorzystaniem typowego agenta jest dość powszechną praktyką w tworzeniu teoretycznych, neoklasycznych modeli ekonomii matematycznej. Tym niemniej w ostatnich latach stała się ona przedmiotem krytyki zwolenników koncepcji heterogenicznej grupy jednostek, które dążą do maksymalizacji swoich indywidualnych korzyści. Jednak w prezentowanej monografii skupiono uwagę na interakcjach gospodarstw domowych (przedsiębiorstw) z rządem, pomijane są zatem wzajemne oddziaływania pomiędzy poszczególnymi gospodarstwami domowymi (przedsiębiorstwami). Z tego punktu widzenia podejście typowego agenta wydaje się wystarczające.

6 Jest to podejście ciekawsze z ekonomicznego punktu widzenia – modelowanie wolnego wyboru gospodarstw domowych. Wysokie bezrobocie, uniemożliwiające znalezienie pracy oficjalnej, może zmusić jednostki do podjęcia pracy nierejestrowanej z powodu braku środków do życia. Trudno więc w tej sytuacji mówić o wyborze gospodarstw domowych podejmujących decyzję dotyczącą aktywności nierejestrowanej na podstawie kalkulacji zysków i strat.

ku dochodowego płaconego przez gospodarstwa domowe pracujące w sektorze oficjalnym oraz z kar płaconych przez gospodarstwa domowe nakryte na pracy nierejestrowanej.

Rząd przeznacza całość przychodów na wydatki rządowe G . Mogą być one dwojakiego rodzaju: użyteczne społecznie (*useful government expenditures*) lub też nieużyteczne ze społecznego punktu widzenia (*wasteful government expenditures*)⁷. Użyteczne społecznie wydatki rządowe ψG służą do wytwarzania dóbr i usług publicznych, natomiast nieużyteczne społecznie wydatki rządowe $(1 - \psi)G$ są wykorzystywane wyłącznie do zaspokajania potrzeb rządu i stanowią jego konsumpcję. Parametr $\psi \in [0, 1]$ informuje zatem, jaka część zapłaconych przez gospodarstwa domowe podatków oraz kar wraca do nich pod postacią użytecznych społecznie wydatków rządowych i stanowi miernik efektywności działań rządu. Dla $\psi = 0$ całość wydatków rządowych G jest konsumowana przez rząd (rząd maksymalnie nieefektywny), zaś dla $\psi = 1$ wszystkie wydatki rządowe są przeznaczane na generowanie dóbr i usług publicznych (rząd maksymalnie efektywny)⁸.

Dla uproszczenia założono, że przychody rządu są równe jego wydatkom – wykluczono więc możliwość zaciągania deficytu budżetowego lub gromadzenia nadwyżki budżetowej. W związku z tym ograniczenie budżetowe rządu jest postaci:

$$w_r L_r \tau + P = G \quad (3.1)$$

gdzie: w_r – wynagrodzenie za jednostkę czasu pracy rejestrowanej, L_r – łączny czas pracy rejestrowanej. Oczywiście:

$$G = \psi G + (1 - \psi)G \quad (3.2)$$

Rząd wybiera stawkę opodatkowania τ , która maksymalizuje jego funkcję celu $F_g(\tau)$. W modelu założono, że zadowolenie rządu zależy od wielkości wydatków rządowych G (wraz ze wzrostem wydatków rośnie zadowolenie rządu). Dodatkowo przyjęto, iż rząd oprócz własnych preferencji bierze pod uwagę również preferencje typowego gospodarstwa domowego. Jest to związane z dążeniem rządu do utrzymania się u władzy i zapewnienia sobie reelekcji. Rząd musi zatem zadbać o zadowolenie S gospodarstw domowych ze sprawowanej przez siebie polityki gospodarczej. W związku z tym jako funkcję celu rządu F_g przyjęto średnią ważoną

7 Koncepcja użytecznych i nieużytecznych wydatków rządowych pojawia się m.in. w pracy Marttin i Palestini (2010).

8 Sytuacja skrajna $\psi = 1$ oznaczałaby, że rządzący nie otrzymują z pieniędzy publicznych żadnych wynagrodzeń i środków do życia. Choć ten przypadek jest możliwy, np. w przypadku rządów wykonywanych przez osoby zamożne, to należy się raczej spodziewać, iż stanowi on koncepcję teoretyczną.

preferencji rządu (odzwierciedlanych przez G) oraz preferencji przeciętnego gospodarstwa domowego (odzwierciedlanych przez S)⁹:

$$F_g = (1 - \eta)G + \eta S \quad (3.3)$$

gdzie $\eta \in (0, 1)$ jest miernikiem stopnia demokratyczności danego rządu, $\eta = 0$ odpowiadałoby przypadkowi rządów dyktatorskich (rząd bierze pod uwagę wyłącznie własne preferencje, całkowicie pomijając potrzeby gospodarstw domowych), zaś $\eta = 1$ – demokracji całkowitej (rząd dąży do maksymalizacji zadowolenia gospodarstw domowych, pomijając całkowicie własne preferencje). Skrajne przypadki jako mało interesujące zostały wykluczone z analizy.

Problem optymalizacyjny rządu sprowadza się zatem do wyboru wysokości stawki opodatkowania τ , która maksymalizować będzie jego funkcję celu (3.3) przy ograniczeniu budżetowym (3.1).

3.2.3. Typowe gospodarstwo domowe

Przeciętne gospodarstwo domowe dysponuje zasobem czasu pracy \bar{L} . Może go poświęcić na pracę w sektorze oficjalnym L_r lub na pracę nierejestrowaną¹⁰ L_s . Normując łączny czas pracy do jedności, otrzymano: $L_r = 1 - L_s$.

Za jednostkę czasu pracy rejestrowanej gospodarstwo domowe otrzymuje wynagrodzenie w_r , za pracę nierejestrowaną – w_s . Dochody ze strefy oficjalnej $w_r(1 - L_s)$ podlegają opodatkowaniu stawką podatku dochodowego τ . Wynagrodzenie za pracę w szarej strefie $w_s L_s$ jest wolne od obciążeń podatkowych. Co więcej, praca nierejestrowana zwolniona jest również z konieczności przestrzegania przepisów prawa pracy, takich jak m.in. zasady BHP, maksymalny czas pracy, posiadanie zezwolenia na pracę, ksiąteczki potwierdzającej przeprowadzenie badań sanitarno-epidemiologicznych. W związku z tym gospodarstwa domowe w szarej strefie, oprócz korzyści związanych z unikaniem opodatkowania i paraopodatkowania, nie ponoszą też kosztów biurokratycznych b związanych ze stosunkiem pracy.

Korzyści z pracy nierejestrowanej dla gospodarstwa domowego stanowią pewną rekompensatę związaną z nią ryzyka. Praca w szarej strefie wiąże się bowiem z możliwością wykrycia przez organy kontrolne. Jeżeli gospodarstwo domowe zo-

9 Pomysł na średnią ważoną preferencji rządu i jego potencjalnych wyborców został zaczerpnięty z prac Panizy (1999) i Teobaldelli (2011). Należy jednak nadmienić, że we wspomnianych artykułach preferencje medianowego wyborcy odzwierciedlane są za pomocą jego funkcji użyteczności. Autorce wydaje się jednak, że założenie, iż rząd zna postać funkcji użyteczności typowego gospodarstwa domowego jest zbyt silne. Rząd może natomiast obserwować reakcje gospodarstw domowych na zastosowane przez niego instrumenty polityki gospodarczej, co opisuje funkcja S .

10 Może się także zdarzyć, że jakieś gospodarstwo domowe zatrudnione jest w niepełnym wymiarze czasu pracy, por. np. Urbaniak (1997), co w niniejszym modelu zostało pominięte.

stanie przyłapano na pracy „na czarno”, musi zapłacić karę P . Ze względu na brak możliwości pożyczania i oszczędzania pozostałe po zapłaceniu ewentualnej kary dochody są konsumowane przez gospodarstwa domowe (wielkość konsumpcji oznaczono jako C).

Oprócz ryzyka wykrycia pracy nierejestrowanej gospodarstwa domowe w szarej strefie ponoszą również straty związane z ograniczonym dostępem do dóbr i usług publicznych¹¹. Rząd, za pomocą użytecznych społecznie wydatków rządowych, dostarcza gospodarstwom domowym strumień dóbr i usług publicznych ψG . Gdyby gospodarstwa domowe cały czas pracy poświęcały na pracę rejestrowaną ($L_r = 1$), to miałyby do nich nieograniczony dostęp. Istnieją jednak takie dobra i usługi publiczne, które nie są dostępne dla jednostek pracujących w szarej strefie. Przykładowo: rząd, który wybuduje nową drogę publiczną, udostępnia ją wszystkim podmiotom, bez względu na oficjalny bądź nieoficjalny sektor ich zatrudnienia. Wszystkie jednostki mają zatem nieograniczony dostęp do takiego dobra publicznego. Ale w przypadku np. usługi publicznej, jaką jest sądownictwo, sytuacja przedstawia się zupełnie inaczej. Gospodarstwo domowe pracujące „na czarno” nie posiada formalnej umowy zatrudnienia. Jeżeli więc zostanie pokrzywdzone przez pracodawcę, ma ograniczoną możliwość dochodzenia swoich praw w sądzie. Ponosi zatem kolejne straty związane z pracą w szarej strefie, bowiem niektóre dobra i usługi, które powinno otrzymać od rządu za darmo, są dla niego niedostępne, co może się wiązać z koniecznością poszukiwania substytucyjnych dóbr i usług w sektorze prywatnym lub nawet w szarej strefie, które wymagają zapłaty. Zakładamy, że ów ograniczony dostęp zależy od skali pracy nierejestrowanej – im więcej czasu gospodarstwo domowe przepracowuje w szarej strefie, tym większe jest to ograniczenie¹². W związku z tym strumień dóbr i usług publicznych ψG generowany przez rząd pomniejszany jest o koszty λL_s związane z ograniczonym do nich dostępem gospodarstw domowych pracujących „na czarno”. Iloraz $\frac{\lambda L_s}{\psi G}$ stanowi udział dóbr i usług publicznych niedostępnych dla gospodarstw domowych spędzających L_s czasu na pracy nierejestrowanej, gdzie $\lambda \in \left(0, \frac{\psi G}{L_s} \right)$.

Dochody z pracy oficjalnej, oprócz opodatkowania, pomniejszane są również o stopę biurokratyczną $b \in [0, 1)$. Są to różnego rodzaju koszty, które gospodarstwo domowe ponosi w związku z formalnie zarejestrowanym stosunkiem pracy, np. opłaty związane z otrzymaniem zezwolenia na pracę, licencji, przeprowadzeniem

11 Koncepcja ta została krótko omówiona w podrozdziałach 2.3 i 2.5, podczas omawiania modeli zaproponowanych w publikacjach Johnsona i in. (1997) oraz Choi i Thuma (2005).

12 W szczególności, największe ograniczenie w dostępie do dóbr i usług publicznych dotyczyłoby tych gospodarstw domowych, które pracowałyby wyłącznie w szarej strefie i nie pracowałyby w ogóle w sektorze oficjalnym ($L_r = 0$).

stosownych badań zdrowotnych wymaganych na danym stanowisku itp. Parametr b można również interpretować jako czas pracy marnowany na wypełnianiu w urzędach publicznych różnego rodzaju formalności, które związane są z obowiązującymi przepisami prawa, np. na staniu w kolejkach, oczekiwaniu na wydanie decyzji.

Warto zaznaczyć, iż stopa biurokratyczna, mimo że została wprowadzona do modelu w podobny sposób jak stopa opodatkowania, to ma odmienny kanał wpływu na decyzje jednostek¹³. Podatek dochodowy płacony przez gospodarstwa domowe $\tau w_r(1 - L_s)$ zasila budżet rządu, stanowiąc główne źródło jego przychodów. Otrzymywane w ten sposób środki rząd poświęca w pewnej części na użyteczne społecznie wydatki rządowe. Pewien udział zapłaconych przez gospodarstwa domowe podatków wraca zatem do nich w postaci dóbr i usług publicznych. Opłaty biurokratyczne traktowane są w modelu jako symptom nieefektywności gospodarki. Nie wpływają one do budżetu rządu – są marnotrawione (bezpowrotnie utracony czas pracy poświęcony na wypełnianie formalności w urzędach). Nie powracają one więc, choćby w najmniejszej części, do gospodarstw domowych. W rezultacie, kanał oddziaływania stopy biurokratycznej na decyzje jednostek jest jednoznaczny: im większa jest biurokracja, tym większe będą też rozmiary pracy nierejestrowanej. Natomiast w przypadku stopy podatkowej kierunek oddziaływania nie jest jednoznaczny i zależy od efektywności rządu w wytwarzaniu użytecznych społecznie dóbr i usług publicznych.

Podsumowując dotychczasowe rozważania, należy stwierdzić, że otrzymano ograniczenie budżetowe typowego gospodarstwa domowego. Uzyskuje ono przychody z trzech źródeł: z pracy rejestrowanej (pomniejszone o opodatkowanie τ i stopę biurokratyczną b), z pracy nierejestrowanej (wolnej od tych obciążeń) oraz od rządu w postaci strumienia dóbr i usług publicznych ψG pomniejszonego o λL_s , ze względu na ograniczony dostęp do nich w szarej strefie. Wydatki gospodarstwa domowego stanowią zaś oczekiwane kary P oraz konsumpcja C . Ograniczenie budżetowe przeciętnego gospodarstwa domowego jest zatem postaci:

$$w_r(1 - L_s)(1 - \tau)(1 - b) + w_s L_s + \psi G - \lambda L_s = C + P \quad (3.4)$$

Gospodarstwa domowe wybierają rozmiary pracy nierejestrowanej tak, aby maksymalizować swoją funkcję celu, którą jest funkcja użyteczności, oznaczana jako U_h . Założono klasycznie, że użyteczność gospodarstw domowych zależy od wielkości konsumpcji C – wraz z jej wzrostem rośnie poziom zadowolenia jednostek. Dodatkowo w funkcji użyteczności uwzględniono jeszcze aspekt moralny pracy nierejestrowanej.

Praca w szarej strefie może powodować niezadowolenie jednostek związane z wykonywaniem aktywności niezgodnej z przepisami prawa i odczuciem dyskomfortu moralnego. Można przypuszczać, że istnieje też taka grupa jednostek,

13 Uwagę na to zwrócili również m.in. Friedman i in. (2000).

która nigdy nie zdecyduje się na pracę nierejestrowaną, bez względu na warunki, jakie zostaną ku temu stworzone w gospodarce¹⁴. Stopień wrażliwości gospodarstw domowych na pracę „na czarno” zależy od mentalności danego społeczeństwa i jego odbioru aktywności nierejestrowanych. Gdy praca w szarej strefie wiąże się z powszechnym potępieniem społecznym, gospodarstwa domowe mniej chętnie będą podejmowały taki stosunek pracy, w przeciwieństwie do społeczeństwa przyzwalającego na takie praktyki¹⁵. W modelu czynnik moralny został uwzględniony w postaci *tax morale*¹⁶ gospodarstw domowych, odzwierciedlanego za pomocą parametru $m \in [0, \infty)$. Czynnik moralny mL_s został wprowadzony do funkcji użyteczności, powodując dysużyteczność gospodarstw domowych¹⁷. Założono tym samym, że niezadowolenie jednostek będzie tym większe, im wyższe są rozmiary pracy nierejestrowanej lub im większe jest *tax morale* gospodarstw domowych. Parametr m pozwala zatem określić, jak bardzo doskwiera moralnie gospodarstwom domowym praca nierejestrowana. Przyjmując, że wartość tego parametru jest równa zero, uznano by, że czynnik moralny nie odgrywa żadnej roli w podejmowaniu decyzji przez gospodarstwa domowe.

Ostatecznie otrzymano funkcję użyteczności zależną od dwóch komponentów: wielkości konsumpcji $C(+)$ oraz czynnika moralnego $mL_s(-)$. Jako postać funkcyjną przyjęto funkcję typu CRRA¹⁸ (*Constant Relative Risk Aversion*):

$$U_h = \frac{(C - mL_s)^{1-\delta} - 1}{1-\delta} \quad (3.5)$$

gdzie: $\delta \in (0, \infty) \setminus \{1\}$. Dla $\delta = 1$ funkcja użyteczności typu CRRA jest postaci:

$$U_h = \ln(C - mL_s) \quad (3.6)$$

14 Zastanawiając się nad możliwościami uwzględnienia czynnika moralnego w modelu, autorka poszukiwała analogii w modelach przestępczości. W swojej znanej pracy Fender (1999) zakłada, że istnieje pewien odsetek społeczeństwa, który nigdy nie popełni zbrodni, w związku z tym wyłącza go ze swoich analiz.

15 Niezwykle interesujące badania nad tą tematyką opisane zostały w publikacji Gیزی-Poleszczuk (2009). Autorka wskazuje, że w Polsce praca nierejestrowana jest potocznie rozumiana jako powód do dumy, wyraz zaradności jednostek i ich odpowiedź na nieudolność instytucji państwowych.

16 Tę determinantę szarej strefy dogłębnie opisano w podrozdziale 1.3.6.

17 Podobne podejście, polegające na wprowadzeniu wyższej dysużyteczności płynącej z pracy w szarej strefie niż z pracy rejestrowanej, prezentuje Orsi i in. (2014).

18 Funkcja CRRA ma stałą względną awersję do ryzyka równą δ . Proponowany model jest deterministyczny, zatem całkowicie pomijane są w nim aspekty związane z ryzykiem. Tym niemniej funkcja typu CRRA jest różniczkowalna i posiada wszystkie wymagane własności funkcji użyteczności – jest rosnąca i wklęsła ze względu na swoje argumenty, a zatem spełnione jest prawo malejącej użyteczności krańcowej. Co więcej, parametr $(-\delta)$ to elastyczność użyteczności krańcowej, co prowadzi do wygody interpretacyjnej wykładnika tej funkcji. W literaturze ekonomicznej można znaleźć liczne prace, w których wykorzystywana jest funkcja typu CRRA w modelowaniu użyteczności jednostek (m.in. Beloded, 2005; Orsi i in., 2014).

gdyż dla $\delta \rightarrow 1$ zachodzi:

$$\lim_{\delta \rightarrow 1} \frac{(C - mL_s)^{1-\delta} - 1}{1-\delta} = \left[\frac{0}{0} \right]^H = \lim_{\delta \rightarrow 1} \frac{-(C - mL_s)^{1-\delta} \ln(C - mL_s)}{-1} = \ln(C - mL_s) \quad (3.7)$$

Podobnie jak w przypadku rządu, zadanie optymalizacyjne przeciętnego gospodarstwa domowego polega na wyborze rozmiarów pracy nierejestrowanej L_s , tak aby maksymalizować funkcję użyteczności (3.5) przy danym ograniczeniu budżetowym (3.4).

3.2.4. Kształt funkcji P i S

Aby móc przeprowadzić optymalizację decyzji gospodarstw domowych i rządu, konieczne jest założenie konkretnych postaci funkcyjnych funkcji kary P oraz funkcji zadowolenia S gospodarstw domowych ze sprawowanej przez rząd polityki gospodarczej.

W przypadku funkcji P literatura ekonomiczna obfituje w liczne propozycje własności i postaci funkcyjnej, m.in.:

a) Jędrzejowicz (1995), por. podrozdział 2.7:

$$P = (1 - e^{-\lambda K})uD \quad (3.8)$$

gdzie: D – dochody pracobiorcy, K – wydatki na organy ścigania, $\lambda \in [0, 1]$ – efektywność wydatków na organy kontroli, u – mnożnik kary służący do określenia, jaką część lub krotność dochodów należy zapłacić w postaci grzywny za prowadzenie aktywności w szarej strefie.

Funkcja kary zależy od dwóch składowych: od czynnika, który odzwierciedla prawdopodobieństwo wykrycia dochodów z pracy nierejestrowanej ($1 - e^{-\lambda K}$) oraz od komponentu związanego z wysokością grzywny za ukrywanie dochodów (uD). Autor aproksymuje prawdopodobieństwo wykrycia niezarejestrowanych dochodów za pomocą funkcji wykładniczej zależnej od wysokości nakładów K na organy ścigania oraz ich efektywności $\lambda \in [0, 1]$. Im poniesione wydatki na organy kontrolne są wyższe, tym skuteczniej te organy działają i rośnie wielkość prawdopodobieństwa wykrycia nierejestrowanych dochodów, jednak przyrosty prawdopodobieństwa są coraz mniejsze¹⁹. Im wyższa jest zaś efektywność nakładów (wyższe λ), tym mniejsza kwota wydatków K jest wymagana do osiągnięcia

19 Czyli $\frac{\partial(1 - e^{-\lambda K})}{\partial K} > 0$ oraz $\frac{\partial^2(1 - e^{-\lambda K})}{\partial K^2} < 0$.

pożądanego poziomu prawdopodobieństwa wykrycia dochodów z pracy nierejestrowanej. Wysokość grzywny jest zaś częścią bądź krotnością ($u > 0$) uzyskiwanych dochodów D .

b) Friedman i in. (2000), por. podrozdział 2.4:

$$P = \frac{1}{2}kD^2 \quad (3.9)$$

gdzie: k – efektywność organów ścigania, D – łączne przychody z produkcji ukrytej.

Autorzy proponują więc kwadratową funkcję kary względem wielkości przychodów D z produkcji nierejestrowanej. Jako uzasadnienie podają, że łatwo jest ukryć nieznaczną aktywność nierejestrowaną. Natomiast wraz ze wzrostem skali działalności staje się ona coraz bardziej widoczna i łatwiejsza do wykrycia przez organy kontrolne – kolejne przyrosty dochodu nierejestrowanego stają się coraz trudniejsze do ukrycia. A zatem, zdaniem przywołanych autorów, funkcja kary nie powinna być liniowa ze względu na D , a raczej wypukła, stąd propozycja funkcji kwadratowej. Dodatkowo, kara zależy też od efektywności k organów ścigania i całego systemu prawnego.

c) Choi i Thum (2005), por. podrozdział 2.5:

$$P = \mu v \quad (3.10)$$

gdzie: μ – prawdopodobieństwo złapania, v – dochody brutto przedsiębiorców.

Autorzy proponują bardzo prostą liniową funkcję kary. Zależy ona od prawdopodobieństwa wykrycia produkcji ukrytej (choć nie określają, od czego ono zależy) oraz od wysokości grzywny, którą w tym przypadku jest utrata całego dochodu.

d) Beloded (2005), por. podrozdział 2.6:

$$P = M(1 - \gamma\xi) \quad (3.11)$$

gdzie: M – wysokość kary za ukrywanie części produkcji, ξ – odwrotność siły organów kontroli, γ – udział produkcji rejestrowanej w łącznej produkcji.

Beloded proponuje funkcję kary zależną od dwóch czynników: od wysokości grzywny (M) oraz od członu odpowiadającego prawdopodobieństwu złapania ($1 - \gamma\xi$). Ryzyko wykrycia produkcji nierejestrowanej jest zaś funkcją zależną od efektywności organów kontroli (ξ) oraz od skali prowadzonej aktywności ukrytej ($1 - \gamma$). Im wyższy jest w danym przedsiębiorstwie udział produkcji nierejestrowanej, tym większa szansa, że zostanie ono przyłapanie na tej działalności. Podobnie, im efektywniej działają organy kontroli, tym większa jest szansa, iż wykrują produkcję ukrytą w przedsiębiorstwie.

e) Malaczewska (2013):

$$P = \left[\beta A_1 (1 - e^{-\phi W_k}) + (1 - \beta) A_2 \frac{L_s}{1 - L_s} \right] a w_s \quad (3.12)$$

gdzie: W_k – wydatki na organy kontroli, ϕ – efektywność wydatków na organy kontroli, L_s – rozmiary pracy nierejestrowanej, a – mnożnik wielkości grzywny za pracę nierejestrowaną, w_s – wynagrodzenie za pracę nierejestrowaną, β – waga znaczenia rozmiarów szarej strefy i wielkości wydatków na organy kontroli w prawdopodobieństwie wykrycia aktywności nierejestrowanej, A_1, A_2 – parametry techniczne.

Proponowana funkcja kary zależy od prawdopodobieństwa wykrycia pracy nierejestrowanej przez organy kontroli (człon $\left[\beta A_1 (1 - e^{-\phi W_k}) + (1 - \beta) A_2 \frac{L_s}{1 - L_s} \right]$)

oraz od wysokości nałożonych przez nie kar (aw_s). Wielkość grzywny stanowi część lub krotność wynagrodzenia uzyskiwanego w szarej strefie (w zależności od wartości parametru $a > 0$). Prawdopodobieństwo wykrycia niezarejestrowanej pracy jest średnią ważoną dwóch komponentów: skuteczności działania organów kontroli (zależnej od wielkości wydatków W_k na instytucje kontrolne oraz od efektywności ϕ wykorzystania tych środków) oraz wielkości pracy nierejestrowanej. Założono, że im więcej czasu gospodarstwa domowe spędzają na pracy w szarej strefie, tym trudniej jest ukryć tę aktywność przed organami kontroli, a zatem prawdopodobieństwo jej wykrycia jest większe.

Mimo że wszystkie zaprezentowane przykładowe funkcje kary różnią się między sobą, to konstrukcja każdej z nich opiera się na podobnym pomysłe. Każda z tych funkcji zależy od dwóch czynników uwzględnionych w sposób multiplikatywny: od komponentu odzwierciedlającego prawdopodobieństwo wykrycia aktywności nierejestrowanej oraz od części opisującej wysokość grzywny. Różne są już natomiast sugestie, od czego zależy samo prawdopodobieństwo złapania – niektórzy autorzy uzależnili je od efektywności działania organów kontroli (czasem zależnego z kolei od wielkości nakładów ponoszonych na ich funkcjonowanie i efektywności wykorzystania tych środków), efektywności samego systemu prawnego bądź od skali prowadzonej aktywności nierejestrowanej (np. od udziału produkcji ukrytej w łącznej produkcji). Odmiennie są również sugestie związane z samą postacią funkcyjną – znaleźć można liczne propozycje funkcji liniowych, ale też funkcje kwadratowe czy wykładnicze. Niektóre z nich są bardzo proste, inne – dość złożone.

W obecnym badaniu także uzależniono funkcję kary od dwóch komponentów, co do których panuje zgodność w literaturze: od składnika związanego z prawdopodobieństwem wykrycia aktywności nierejestrowanej oraz od wysokości

grzywny. Czynnikiem charakteryzującym prawdopodobieństwo przyjęto, bazując na propozycji pochodzącej z fundamentalnej pracy Friedmana i in. (2000), a więc uzależniono go od efektywności działania organów kontroli p oraz od rozmiarów pracy nierejestrowanej L_s . Założono zatem za wspomnianymi autorami kwadratową funkcję oczekiwanej kary ze względu na skalę aktywności nierejestrowanej:

$$P = pL_s^2 a \quad (3.13)$$

gdzie: $a \in (0, \infty)$ – wysokość grzywny nakładanej na gospodarstwa domowe za wykonywanie pracy nierejestrowanej, $p \in (0, 1)$.

Konsekwencją zaproponowanej postaci funkcji kary P jest to, że łatwo jest ukryć małe rozmiary pracy nierejestrowanej. Wraz ze wzrostem czasu pracy w szarej strefie rosną koszty ukrycia tej aktywności, co więcej – kolejne przyrosty L_s są coraz bardziej kosztowne ze względu na rosnące ryzyko jej dostrzeżenia i penalizacji²⁰.

Natomiast w przypadku funkcji zadowolenia S gospodarstw domowych ze sprawowanej przez rząd polityki gospodarczej nie udało się znaleźć w literaturze ekonomicznej analogicznych wskazówek i sugestii. W związku z tym autorka niniejszej monografii proponuje własną postać funkcji S . Bazując na wynikach badań nad preferencjami wyborców, z których wynika, że w czasach wyborów wstrzymywane są podwyżki podatków (m.in. Kneebone, McKenzie, 2001), zdecydowano się uwzględnić w funkcji S właśnie ten czynnik. Założono zatem, że im wyższe są obciążenia podatkowe, tym mniejsze jest zadowolenie wyborców (w tym przypadku gospodarstw domowych). Co więcej, można przypuszczać, iż kolejne przyrosty wartości stawki opodatkowania τ będą się wiązały z coraz większym niezadowoleniem gospodarstw domowych, a zatem $S = f(\tau)$, gdzie $\frac{\partial S}{\partial \tau} < 0$ oraz $\frac{\partial^2 S}{\partial \tau^2} < 0$. Najprostszą postacią funkcyjną spełniającą te warunki jest funkcja kwadratowa.

Dodatkowo, w funkcji S oprócz destymulanty w postaci opodatkowania uwzględniono też stymulantę – miernik efektywności rządu ψ . Parametr ψ informował o zdolności rządu do kreowania dóbr i usług publicznych – był to udział użytecznych społecznie wydatków rządowych w wydatkach ogółem. Im wyższa jest więc efektywność rządu, tym należy się spodziewać większego zadowolenia gospodarstw domowych, a zatem $S = f(\psi(+))$. Ostatecznie otrzymano funkcję S postaci:

$$S = -D\tau^2(1 - \psi) \quad (3.14)$$

gdzie: $D \in (0, \infty)$ jest parametrem technicznym służącym do przeliczenia jednostek w funkcji celu rządu.

20 Podobną argumentację, choć na podstawie funkcji liniowej, stosują Choi i Thum (2005).

3.2.5. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego z konkretnymi postaciami funkcji P i S

Po wstawieniu do ograniczenia budżetowego gospodarstw domowych (3.4) i rządu (3.1) funkcji P danej wzorem (3.13) oraz do funkcji celu rządu (3.3) funkcji S (3.14) otrzymano ostateczną postać zadania optymalizacyjnego:

$$F_g = (1 - \eta)G + \eta(-1)D\tau^2(1 - \psi) \xrightarrow{\tau} \max \quad (3.15i)$$

$$\tau w_r(1 - L_s) + paL_s^2 = G \quad (3.15ii)$$

$$U_h = \frac{(C - mL_s)^{1-\delta} - 1}{1-\delta} \xrightarrow{L_s} \max \quad (3.15iii)$$

$$w_r(1 - L_s)(1 - \tau)(1 - b) + w_s L_s + \psi G - \lambda L_s = C + paL_s^2 \quad (3.15iv)$$

gdzie: $a, \delta, C, G, D, w_s, w_r, \lambda \in (0, \infty)$, $m \in [0, \infty)$, $p, \eta, L_s, \tau \in (0, 1)$, $b \in [0, 1)$, $\psi \in [0, 1]$.

Rząd wyznacza stopę opodatkowania τ , która maksymalizuje jego funkcję celu (3.15i) przy danym ograniczeniu budżetowym (3.15ii), zaś gospodarstwa domowe wybierają czas pracy nierejestrowanej L_s , który maksymalizuje ich funkcję użyteczności (3.15iii) przy ograniczeniu budżetowym (3.15iv).

Prezentowany model pracy nierejestrowanej można analizować w języku teorii gier²¹. Występujące w modelu podmioty gospodarcze – rząd oraz typowe gospodarstwo domowe – można traktować jako graczy uczestniczących w pewnej grze rynkowej. Strategie gospodarstwa domowego stanowią wszystkie możliwe wartości czasu pracy nierejestrowanej L_s z przedziału $(0, 1)$, analogicznie strategiami rządu są wszystkie dostępne poziomy stopy opodatkowania τ z przedziału $(0, 1)$. Jest to zatem gra o strategiach ciągłych. Każdy z graczy posiada pewną funkcję celu, stanowiącą kryterium podejmowania decyzji, której wartości określają wysokości wypłat przy wybranych strategiach obu graczy. Ponieważ dążenia rządu i gospodarstw domowych w pewnym stopniu się od siebie różnią, jednak wzajemnie się nie wykluczają²², dlatego rozważana gra jest grą o sumie niezerowej. O tym, jak rząd (gospodarstwo domowe) powinien zareagować na przypusz-

21 Podstawowe pojęcia tej teorii można znaleźć np. w pracach Straffina (2004), Malawskiego, Wiczorka i Sosnowskiej (2004).

22 Rząd, sprawując politykę gospodarczą, bierze pod uwagę preferencje swoich wyborców, czego odzwierciedleniem jest stopień demokratyczności władzy. Jednak rząd ma też własne cele, które nie są zbieżne z dążeniami innych podmiotów gospodarczych.

czalną decyzję drugiego gracza – gospodarstwa domowego (rządu), informuje funkcja najlepszej reakcji. W wyniku wzajemnych interakcji graczy w modelu zostaje ustalony stan równowagi (τ^* , L_s^*), będący równowagą Nasha, znajdujący się na przecięciu krzywych reakcji rządu i gospodarstwa domowego. Odpowiada on sytuacji, w której rząd (gospodarstwo domowe) podejmuje najlepszą możliwą decyzję w odpowiedzi na oczekiwaną najlepszą decyzję drugiego gracza – gospodarstwa domowego (rządu).

Warto jeszcze zaznaczyć, że rozważana gra jest grą w postaci normalnej. Zarówno rząd, jak i gospodarstwa domowe wybierają swe strategie w tym samym momencie czasu, nie znając decyzji drugiego gracza. Jednak próbują przewidzieć swoje zachowania i powstające w ten sposób wzajemne dostosowania, prowadzące do ustalenia się ostatecznej równowagi Nasha tego modelu. Cała ta kalkulacja odbywa się jednak „w głowach” obu graczy, zaś jej wynikiem jest wybór określonej strategii działania²³.

Oczywiście zagadnienie rozważane w niniejszej pracy może zostać rozwiązane bez odwoływania się do teorii gier – wykorzystywane narzędzia matematyczne są dokładnie takie same. Różnica polega jednak na wygodzie definicyjno-opisowej. Język teorii gier jest bardziej intuicyjny i, co więcej, za jego pomocą akcentowane są przede wszystkim interakcje między jednostkami oraz sposób dojścia do równowagi. Stanowi to przeciwieństwo surowych narzędzi matematycznych, które dostarczają informacji jedynie o wyniku gry. Z punktu widzenia ekonomii jako nauki o (także) podejmowaniu optymalnych wyborów kluczowy jest również sam sposób dojścia do równowagi.

Algorytm poszukiwania rozwiązania jest zatem analogiczny do problemu wyznaczenia równowagi w modelu Cournota²⁴. Najpierw zostanie przeprowadzona optymalizacja decyzji rządu i gospodarstw domowych osobno – przy założeniu stałej wartości zmiennej decyzyjnej drugiego podmiotu gospodarczego. Otrzymane w ten sposób maksima zostaną następnie zestawione ze sobą – co pozwoli wyznaczyć stan równowagi modelu. Algorytm można więc zapisać za pomocą kilku kroków²⁵:

- a) krok 1 – wyznaczenie optymalnej stawki opodatkowania $\tilde{\tau}$ maksymalizującej funkcję celu rządu (L_s stałe);
- b) krok 2 – wyznaczenie optymalnych rozmiarów pracy nieregulowanej \tilde{L}_s , maksymalizujących funkcję użyteczności gospodarstw domowych (τ stałe);
- c) krok 3 – wyznaczenie optymalnej stawki opodatkowania τ^* całego zadania optymalizacyjnego poprzez wstawienie krzywej \tilde{L}_s do $\tilde{\tau}$;

23 Jest to zgodne z sugestią zawartą m.in. w publikacji Variana (2002), s. 498: „[...] rozpatrzmy jednookresowy model, w którym każda firma musi przewidywać wybór produkcji dokonany w innej firmie. Przy danych przewidywaniach każda firma wybiera następnie produkcję maksymalizującą jej zyski. Szukamy zatem równowagi w oczekiwaniach – sytuacji, gdzie każda firma znajduje potwierdzenie swoich przekonań o innej firmie”.

24 Por. m.in. Varian (2002), s. 497–501; Tokarski (2011), s. 256–269; Malaga (2012), s. 219–228.

25 Kroki 1 i 2 można wykonywać w dowolnej kolejności, podobnie jak kroki 3 i 4.

d) krok 4 – wyznaczenie optymalnych rozmiarów pracy nierejestrowanej L_s^* całego zadania optymalizacyjnego poprzez wstawienie krzywej $\tilde{\tau}$ do \tilde{L}_s .

Otrzymane ostatecznie rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (3.15) postaci (τ^*, L_s^*) stanowi równowagę Nasha zaproponowanego modelu.

3.2.5.1. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 1

Po podstawieniu do funkcji celu rządu (3.15i) równania wydatków rządowych G (3.15ii) otrzymano:

$$F_g = (1-\eta)[\tau w_r(1-L_s) + paL_s^2] + \eta(-1)D\tau^2(1-\psi) \xrightarrow{\tau} \max \quad (3.16)$$

Przy założeniu stałej wartości zmiennej decyzyjnej gospodarstw domowych L_s jest to funkcja jednej zmiennej. Rząd poszukuje zatem optymalnej stawki opodatkowania $\tilde{\tau}$, która odpowiada maksimum funkcji celu F_g (3.16) przy danej wielkości pracy nierejestrowanej L_s .

Warunek konieczny istnienia maksimum funkcji F_g jest postaci:

$$F'_g(\tau) = (1-\eta)w_r(1-L_s) - 2\eta D\tau(1-\psi) = 0 \quad (3.17)$$

Przekształcając równanie (3.17), otrzymano punkt stacjonarny $\tilde{\tau}$:

$$\tilde{\tau} = \frac{(1-\eta)w_r(1-L_s)}{2\eta D(1-\psi)} \quad (3.18)$$

Punkt $\tilde{\tau}$ stanowi maksimum funkcji F_g , jeżeli spełnia warunek dostateczny istnienia maksimum funkcji. W celu sprawdzenia policzono drugą pochodną:

$$F''_g(\tau) = -2\eta D(1-\psi) < 0$$

a więc warunek dostateczny jest spełniony. Zatem punkt stacjonarny $\tilde{\tau}$ jest punktem maksimum lokalnego funkcji (3.16).

Wyznaczony w ten sposób wzór na optymalny poziom stopy opodatkowania $\tilde{\tau}$ dany równaniem (3.18) stanowi krzywą najlepszej reakcji rządu. Krzywa najlepszej reakcji rządu informuje, jakie rozmiary stopy opodatkowania powinien wybrać rząd, aby maksymalizować swoją funkcję celu przy danych rozmiarach pracy nierejestrowanej. Warto zauważyć, że:

$$\tilde{\tau}'(L_s) = \frac{-(1-\eta)w_r}{2\eta D(1-\psi)} < 0 \quad (3.19)$$

a zatem optymalną odpowiedzią rządu na dowolny wzrost rozmiarów pracy nierejestrowanej jest obniżenie podatków. Krzywa najlepszej reakcji rządu jest zatem malejąca ze względu na L_s , co więcej²⁶:

$$\tilde{\tau}(1) = 0 \quad (3.20)$$

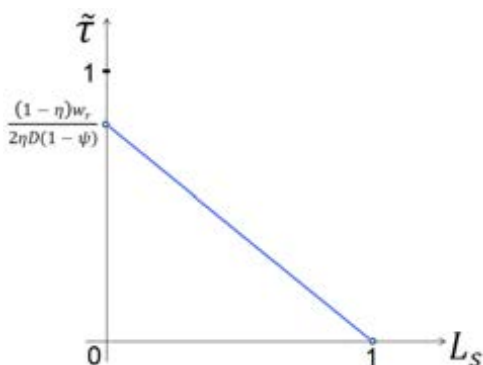
oraz

$$\tilde{\tau}(0) = \frac{(1-\eta)w_r}{2\eta D(1-\psi)} \quad (3.21)$$

Aby otrzymane rozwiązanie miało sens ekonomiczny ($\tau \in (0, 1)$), dodatkowo założono, że:

$$(1-\eta)w_r < 2\eta D(1-\psi) \quad (3.22)$$

Wówczas, na podstawie (3.19), (3.20), (3.21) i (3.22), krzywą najlepszej reakcji rządu (3.18) można zilustrować za pomocą rys. 8.



Rysunek 8. Wykres krzywej najlepszej reakcji rządu $\tilde{\tau}$ przy założeniu spełnienia warunku (3.22)

Źródło: opracowanie własne.

3.2.5.2. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 2

Po podstawieniu do ograniczenia budżetowego gospodarstw domowych (3.15iv) równania wydatków rządowych G (3.15ii) wyznaczono wzór opisujący wielkość konsumpcji C gospodarstw domowych:

²⁶ Oczywiście, jak zostało założone wcześniej, L_s i τ przyjmują jedynie wartości z otwartego przedziału $(0, 1)$. Wzory (3.20) i (3.21) służą jedynie wyznaczeniu punktów charakterystycznych dla krzywej reakcji, co ułatwia stworzenie jej wykresu.

$$C = w_r(1 - L_s)(1 - \tau)(1 - b) + w_s L_s + \psi[\tau w_r(1 - L_s) + paL_s^2] - \lambda L_s - paL_s^2 \quad (3.23)$$

który wstawiono następnie do funkcji użyteczności (3.15iii):

$$U_h = \frac{\{w_r(1 - L_s)(1 - \tau)(1 - b) + w_s L_s + \psi[\tau w_r(1 - L_s) + paL_s^2] - \lambda L_s - paL_s^2 - mL_s\}^{1-\delta} - 1}{1 - \delta} \xrightarrow{L_s} \max \quad (3.24)$$

Gospodarstwa domowe poszukują zatem maksimum funkcji jednej zmiennej (3.24) poprzez wyznaczenie optymalnych rozmiarów pracy nierejestrowanej \tilde{L}_s przy stałym poziomie stawki opodatkowania τ .

Dla ułatwienia zapisu część licznika ze wzoru (3.24) została oznaczona jako:

$$A = w_r(1 - L_s)(1 - \tau)(1 - b) + w_s L_s + \psi[\tau w_r(1 - L_s) + paL_s^2] - \lambda L_s - paL_s^2 - mL_s \quad (3.25)$$

Wówczas warunek konieczny można zapisać następująco:

$$U'_h(L_s) = \{A\}^{-\delta} \cdot [w_s - w_r(1 - \tau)(1 - b) - \psi\tau w_r - \lambda - m - 2(1 - \psi)paL_s] = 0 \quad (3.26)$$

z którego po przekształceniach wyznaczono punkt stacjonarny \tilde{L}_s :

$$\tilde{L}_s = \frac{w_s - w_r(1 - \tau)(1 - b) - \psi\tau w_r - \lambda - m}{2pa(1 - \psi)} \quad (3.27)$$

W celu sprawdzenia warunku dostatecznego obliczono drugą pochodną:

$$U''_h(L_s) = -\delta\{A\}^{-\delta-1}[w_s - w_r(1 - \tau)(1 - b) - \psi\tau w_r - \lambda - m - 2(1 - \psi)paL_s]^2 + \{A\}^{-\delta}[-2pa(1 - \psi)] \quad (3.28)$$

Wyrażenie (3.28) przyjmuje wartości ujemne, jeżeli $A > 0$. W szczególności wystarczy pokazać, że wartość wyrażenia A przyjmuje wartości dodatnie w punkcie stacjonarnym \tilde{L}_s . Istotnie:

$$\begin{aligned}
A(\tilde{L}_s) &= w_r(1-\tau)(1-b) + \psi\tau w_r - \tilde{L}_s^2[pa(1-\psi)] + \\
&\quad + \tilde{L}_s[w_s - \lambda - m - w_r(1-\tau)(1-b) - \psi\tau w_r] = \\
&= w_r(1-\tau)(1-b) + \psi\tau w_r + \frac{[w_s - \lambda - m - w_r(1-\tau)(1-b) - \psi\tau w_r]^2}{2pa(1-\psi)} + \\
&\quad - \frac{[w_s - \lambda - m - w_r(1-\tau)(1-b) - \psi\tau w_r]^2}{4pa(1-\psi)} = \\
&= w_r(1-\tau)(1-b) + \psi\tau w_r + \frac{[w_s - \lambda - m - w_r(1-\tau)(1-b) - \psi\tau w_r]^2}{4pa(1-\psi)} > 0
\end{aligned}$$

A zatem $U_h''(\tilde{L}_s) < 0$, więc warunek dostateczny istnienia maksimum funkcji jest spełniony, czyli funkcja użyteczności (3.24) posiada w punkcie \tilde{L}_s maksimum lokalne.

Podobnie jak w przypadku rządu, optymalnie określone rozmiary pracy nierejestrowanej dane wzorem (3.27) stanowią krzywą najlepszej reakcji gospodarstw domowych. Dostarcza ona informacji o tym, ile czasu pracy gospodarstwa domowe powinny spędzać w szarej strefie, aby maksymalizować swoje zadowolenie przy danym poziomie stawki opodatkowania. Warto zwrócić uwagę na własności funkcji najlepszej reakcji (3.27), w szczególności na odpowiedź gospodarstw domowych na wzrost stopy opodatkowania:

$$\tilde{L}_s'(\tau) = \frac{w_r(1-b-\psi)}{2pa(1-\psi)} \quad (3.29)$$

Wartość powyższej pochodnej zależy od znaku wyrażenia $1 - b - \psi$:

- a) **przypadek pierwszy:** gdy $1 - b - \psi > 0$, to $\tilde{L}_s'(\tau) > 0$, a więc optymalną odpowiedzią gospodarstw domowych na wzrost opodatkowania jest zwiększenie czasu pracy nierejestrowanej;
- b) **przypadek drugi:** gdy $1 - b - \psi < 0$, to $\tilde{L}_s'(\tau) < 0$, co prowadzi do wniosku, że optymalną odpowiedzią gospodarstw domowych na wzrost opodatkowania jest zmniejszenie czasu pracy w szarej strefie²⁷.

W zrozumieniu modelowego mechanizmu kluczowe wydaje się zatem przeanalizowanie wyrażenia $1 - b - \psi$. Jest ono związane z przyrostem krańcowej użyteczności (3.24) gospodarstw domowych, wynikającym ze zwiększenia stopy opodatkowania o jednostkę, które przyjmuje postać:

$$\frac{\partial U_h}{\partial \tau} = -w_r(1-L_s)(1-b) + \psi w_r(1-L_s) \quad (3.30)$$

27 Dla kompletności analizy należałoby jeszcze rozważyć przypadek $1 - b - \psi = 0$. Jednak w tej sytuacji rozmiary pracy nierejestrowanej byłyby niewrażliwe na zmiany opodatkowania (por. równanie (3.29)), co wydaje się kontrfaktyczne.

Powyższa pochodna odzwierciedla zróżnicowany kanał wpływu stopy opodatkowania na decyzje gospodarstw domowych (por. podrozdział 2.4, s. 59–60). Na skutek wzrostu stawki opodatkowania τ wynagrodzenia netto gospodarstw domowych maleją. Prowadzi to do spadku ich zadowolenia, co ilustruje pierwszy komponent wyrażenia (3.30). Natomiast z drugiej strony – wzrost opodatkowania prowadzi do zwiększenia przychodów podatkowych rządu, z których generowane są dobra i usługi publiczne. Zwiększenie strumienia dóbr i usług publicznych prowadzi zaś do wzrostu zadowolenia gospodarstw domowych (co obrazuje druga część pochodnej).

Warto zauważyć, że $\frac{\partial U_h}{\partial \tau} > 0$, gdy:

$$\psi w_r(1 - L_s) > w_r(1 - L_s)(1 - b) \quad (3.31)$$

a zatem gdy $\psi > 1 - b$. Jeżeli więc rząd działa na tyle efektywnie, że jest w stanie rekompensować gospodarstwom domowym podniesienie opodatkowania odpowiednimi wydatkami publicznymi, to wówczas odpowiedzią gospodarstw domowych na wzrost stopy podatkowej τ będzie spadek rozmiarów pracy nierejestrowanej (przypadek drugi)²⁸.

Nierówność przeciwna do (3.31) jest spełniona, gdy $\psi < 1 - b$, co odpowiada pierwszemu przypadkowi. Rząd nie jest w stanie rekompensować wzrostu opodatkowania odpowiednim strumieniem dóbr i usług publicznych (za małą efektywność rządu ψ), a zatem zwiększenie ciężaru podatkowego zachęca gospodarstwa domowe do pracy w szarej strefie.

Aby narysować krzywą reakcji gospodarstw domowych, obliczono jeszcze, jakie wartości przyjmuje ona dla skrajnych poziomów stawki opodatkowania²⁹:

$$\tilde{L}_s(0) = \frac{w_s - \lambda - m - w_r(1 - b)}{2pa(1 - \psi)} \quad (3.32)$$

oraz

$$\tilde{L}_s(1) = \frac{w_s - \lambda - m - w_r\psi}{2pa(1 - \psi)} \quad (3.33)$$

Aby rozmiary pracy nierejestrowanej miały wartości sensowne ekonomicznie ($L_s \in (0, 1)$), dodatkowo założono, że³⁰:

28 Choć ten przypadek z matematycznego punktu widzenia jest możliwy, to wydaje się, że stanowi raczej konstrukt teoretyczny.

29 Analogicznie jak w przypadku krzywej najlepszej reakcji rządu, wartości skrajne rozważamy wyłącznie w celu wyznaczenia punktów charakterystycznych krzywej reakcji gospodarstw domowych.

30 Jeżeli któryś z warunków (3.22), (3.34)–(3.37) nie będzie spełniony, to nie wyklucza to, że zmienne decyzyjne w stanie równowagi Nasha będą przyjmowały akceptowalne ekonomicznie

$$w_s - \lambda - m - w_r(1 - b) > 0 \quad (3.34)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r\psi > 0 \quad (3.35)$$

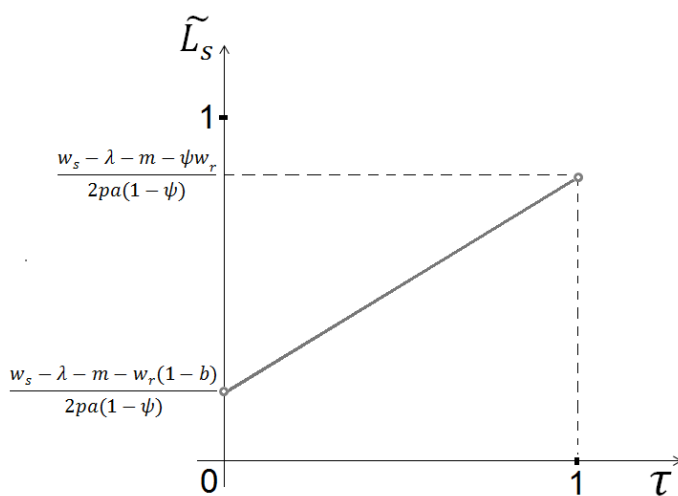
$$w_s - \lambda - m - w_r(1 - b) < 2pa(1 - \psi) \quad (3.36)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r\psi < 2pa(1 - \psi) \quad (3.37)$$

W zależności od przypadku, który jest rozważany, różna jest relacja pomiędzy wyrażeniami (3.32) i (3.33). Dla przypadku pierwszego ($1 - b - \psi > 0$) funkcja najlepszej reakcji gospodarstw domowych jest rosnącą, stąd zachodzi:

$$\tilde{L}_s(0) = \frac{w_s - \lambda - m - w_r(1 - b)}{2pa(1 - \psi)} < \tilde{L}_s(1) = \frac{w_s - \lambda - m - w_r\psi}{2pa(1 - \psi)} \quad (3.38)$$

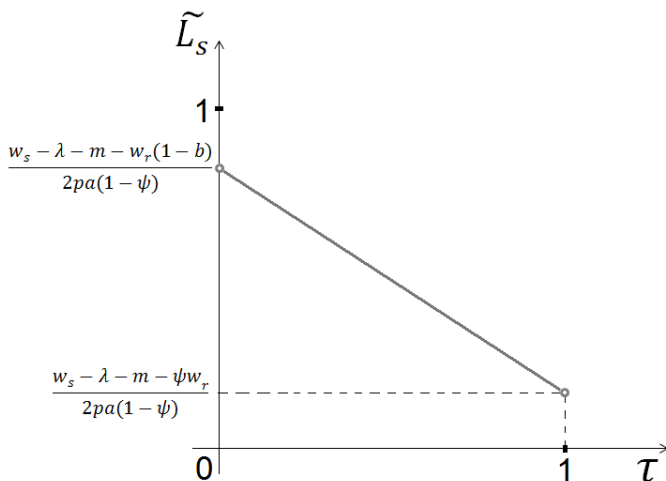
zaś w przypadku drugim ($1 - b - \psi < 0$), ze względu na malejącą funkcję najlepszej reakcji, zachodzi nierówność odwrotna do (3.38). Wykresy krzywej najlepszej reakcji dla obu przypadków zaprezentowano odpowiednio na rys. 9 i 10.



Rysunek 9. Wykres krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych \tilde{L}_s dla przypadku pierwszego przy założeniu spełnienia warunków (3.34)–(3.37)

Źródło: opracowanie własne.

wartości. Jest to jednak zależne od układu wartości wszystkich parametrów modelu. Oczywiście krzywe reakcji będą miały wtedy inną postać niż ta pokazana na rys. 8–12. Przyjęcie założeń (3.22), (3.34)–(3.37) gwarantuje, że $L_s^*, \tau^* \in (0, 1)$.



Rysunek 10. Wykres krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych \tilde{L}_s dla przypadku drugiego przy założeniu spełnienia warunków (3.34)–(3.37)

Źródło: opracowanie własne.

3.2.5.3. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 3 i 4

Po wyznaczeniu krzywych najlepszej reakcji rządu i gospodarstw domowych można znaleźć rozwiązanie całego zadania optymalizacyjnego (3.15). W wyniku wzajemnych interakcji pomiędzy gospodarstwami domowymi i rządem w modelu ustali się równowaga odpowiadająca punktowi przecięcia krzywych (3.18) i (3.27). Rząd wybierze zatem taką wysokość stawki opodatkowania, która będzie najlepszą odpowiedzią na najkorzystniejsze z punktu widzenia gospodarstw domowych rozmiary pracy nierejestrowanej. Analogicznie – gospodarstwa domowe wybiorą taką ilość czasu pracy w szarej strefie, która będzie najlepszą reakcją na optymalną z punktu widzenia rządu stopę opodatkowania. Uzyskana równowaga będzie zatem równowagą Nasha modelu.

Analityczne wyznaczenie równowagowego poziomu stopy opodatkowania τ^* polega na wstawieniu wzoru na krzywą (3.27) do (3.18), co prowadzi do poniższego równania:

$$\tau = \frac{(1-\eta)w_r}{2\eta D(1-\psi)} \left(1 - \frac{w_s - w_r(1-\tau)(1-b) - \psi\tau w_r - \lambda - m}{2pa(1-\psi)} \right) \quad (3.39)$$

z którego można następnie wyliczyć wzór na τ^* :

$$\tau^* = \frac{(1-\eta)[2w_r pa(1-\psi) - w_r w_s + w_r^2(1-b) + \lambda w_r + m w_r]}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \quad (3.40)$$

Podobnie, po podstawieniu (3.18) do (3.27), otrzymano równanie:

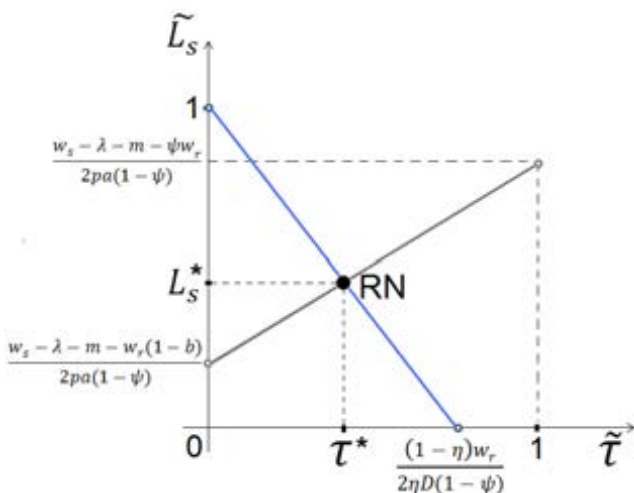
$$L_s = \frac{w_s - w_r(1-b) - \psi\tau w_r - \lambda - m}{2pa(1-\psi)} + \frac{w_r(1-b)}{2pa(1-\psi)} \frac{(1-\eta)w_r(1-L_s)}{2\eta D(1-\psi)} \quad (3.41)$$

z którego wyznaczono wzór na optymalne rozmiary pracy nierejestrowanej L_s^* odpowiadające równowadze Nasha modelu:

$$L_s^* = \frac{2\eta D(1-\psi)[w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \quad (3.42)$$

Łatwo pokazać³¹ na mocy założeń (3.22) oraz (3.34)–(3.37), że otrzymane rozwiązania przyjmują sensowne ekonomicznie wartości, a więc $\tau^* \in (0, 1)$ oraz $L_s^* \in (0, 1)$.

Graficznym rozwiązaniem zadania optymalizacyjnego jest punkt przecięcia krzywych najlepszej reakcji rządu i gospodarstw domowych, co zostało zilustrowane na rys. 11 i 12. Rys. 11 obrazuje równowagę Nasha dla pierwszego przypadku krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych (rosnącej funkcji reakcji), zaś rys. 12 – dla przypadku drugiego (malejącej funkcji)³².

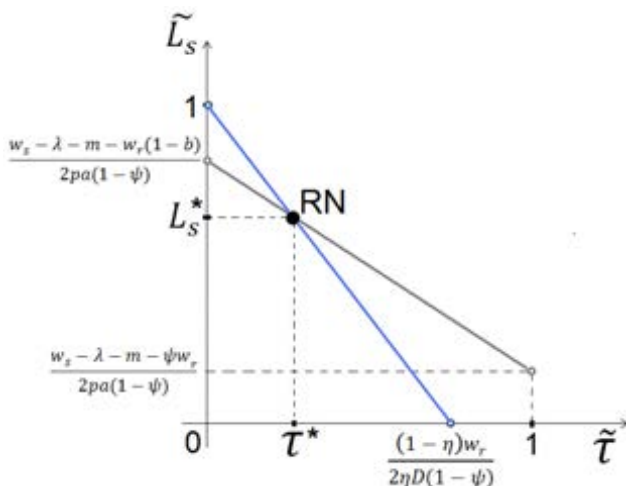


Rysunek 11. Równowaga Nasha (RN) modelu dla pierwszego przypadku krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych

Źródło: opracowanie własne.

31 Stosowne obliczenia zamieszczono w załączniku 1.

32 Przy przyjętych założeniach krzywe najlepszej reakcji przecinają się wyłącznie w jednym punkcie (przypadek pokrywania lub równoległości krzywych nie jest możliwy). Oznacza to, że w modelu występuje dokładnie jedna równowaga Nasha.



Rysunek 12. Równowaga Nasha (RN) modelu dla drugiego przypadku krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych

Źródło: opracowanie własne.

3.2.6. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha

W tym podpunkcie optymalne poziomy pracy nierejestrowanej L_s^* i stawki opodatkowania τ^* postaci:

$$\begin{cases} \tau^* = \frac{(1-\eta)[2w_r pa(1-\psi) - w_r w_s + w_r^2(1-b) + \lambda w_r + m w_r]}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \\ L_s^* = \frac{2\eta D(1-\psi)[w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \end{cases} \quad (3.43)$$

odpowiadające równowadze Nasha zaproponowanego modelu zostaną poddane analizie wrażliwości. Pozwoli ona określić, jak zmieni się rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (3.15) na skutek zmian wartości jego poszczególnych parametrów. Wyniki otrzymane w ramach statyki porównawczej³³ umożliwiają porównanie ze sobą dwóch prawie identycznych gospodarek, które różnią się wyłącznie wartością jednego z ich parametrów i określenie, w której z tych gospodarek występuje wyższa (lub niższa) wartość optymalnej pracy nierejestrowanej i opodat-

33 Więcej o statyce porównawczej przeczytać można m.in. w publikacji pod redakcją Zawadzkiego (2009).

kowania. Dla ułatwienia zapisu liczniki oraz mianowniki ze wzoru (3.43) oznaczono jako:

$$\begin{aligned} N_{\tau^*} &= (1-\eta)[2w_r pa(1-\psi) - w_r w_s + w_r^2(1-b) + \lambda w_r + m w_r] \\ N_{L_s^*} &= 2\eta D(1-\psi)[w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi) \\ M &= 4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi) \end{aligned}$$

We wzorach (3.43) opisujących równowagę Nasha modelu pracy nierejestrowanej pojawiają się następujące parametry: w_s , p , a , m , λ , η , D , b , ψ , w_r , a zatem analizie poddano poniższe przypadki.

I. Zmiana wartości parametru w_s :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_s^*}{\partial w_s} &= \frac{1}{M} \cdot 2\eta D(1-\psi) > 0 \\ \frac{\partial \tau^*}{\partial w_s} &= -\frac{1}{M} \cdot (1-\eta)w_r < 0 \end{aligned}$$

Parametr w_s służył do określenia wysokości przeciętnego wynagrodzenia gospodarstw domowych za pracę nierejestrowaną. Podniesienie płacy (przy innych czynnikach niezmiennych) stanowi oczywistą zachętę dla gospodarstw domowych do zwiększenia czasu pracy w szarej strefie. W tej sytuacji rząd, aby zachęcić jednostki do powrotu do sfery oficjalnej, zmniejszy opodatkowanie dochodów z pracy rejestrowanej.

II. Zmiana wartości parametru p :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_s^*}{\partial p} &= -\frac{1}{M^2} \cdot N_{L_s^*} \cdot 4\eta a D(1-\psi)^2 < 0 \\ \frac{\partial \tau^*}{\partial p} &= \frac{1}{M^2} \cdot N_{L_s^*} \cdot 2a(1-\eta)(1-\psi)w_r > 0 \end{aligned}$$

Parametr p pojawił się w funkcji kary P i informował o efektywności działania organów kontroli. Im wyższa była jego wartość, tym działania instytucji kontrolnych były skuteczniejsze, a zatem rosło prawdopodobieństwo wykrycia pracy nierejestrowanej. Wzrost efektywności organów kontrolnych sprawia zatem, że praca w szarej strefie staje się bardziej ryzykowna. Zniechęca to gospodarstwa domowe do prowadzenia aktywności nierejestrowanej, zaś rząd przy zmniejszonym udziale pracy w szarej strefie może sobie pozwolić na podniesienie stopy opodatkowania.

III. Zmiana wartości parametru a :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial a} = -\frac{1}{M^2} \cdot N_{L_s^*} \cdot 4\eta p D(1-\psi)^2 < 0$$

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial a} = \frac{1}{M^2} \cdot N_{L_s^*} \cdot 2p(1-\eta)(1-\psi)w_r > 0$$

Parametr a również pojawił się w funkcji kary P i odpowiadał wysokości grzywny nakładanej na gospodarstwa domowe za wykonywanie pracy nierejestrowanej. Im wyższa grozi kara finansowa za pracę w szarej strefie, tym mniej atrakcyjna staje się ta forma aktywności gospodarczej. W rezultacie rośnie wartość oczekiwanej kary P , co powoduje zmniejszenie czasu pracy nierejestrowanej, zaś rząd w celu zwiększenia przychodów budżetowych może podnieść obciążenia podatkowe τ , które pobierane są od większej puli dochodów.

IV. Zmiana wartości parametru m :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial m} = \frac{1}{M} \cdot [-2\eta D(1-\psi)] < 0$$

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial m} = \frac{1}{M} \cdot (1-\eta)w_r > 0$$

Parametr m odzwierciedla *tax morale* gospodarstw domowych. Im wyższą przyjmuje on wartość, tym większą dysużyteczność powoduje praca nierejestrowana. Dlatego też podniesienie *tax morale* społeczeństwa prowadzi do spadku czasu pracy w szarej strefie ze względu na rosnącą dysużyteczność związaną z tym rodzajem aktywności. Przy wyższym *tax morale* rośnie też akceptacja gospodarstw domowych aktualnego systemu podatkowego, co je zachęca do wykonywania pracy w sferze oficjalnej gospodarki, zaś w tej sytuacji rząd może sobie pozwolić na podniesienie stopy opodatkowania.

V. Zmiana wartości parametru λ :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial \lambda} = \frac{1}{M} \cdot [-2\eta D(1-\psi)] < 0$$

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial \lambda} = \frac{1}{M} \cdot (1-\eta)w_r > 0$$

Parametr λ służył do określenia stopnia ograniczenia w dostępie do dóbr i usług publicznych dla jednostek pracujących w szarej strefie. Im wyższą przyjmował wartość, tym większe były straty gospodarstw domowych wynikające z niemożności korzystania z wydatków publicznych ze względu na prowadzenie aktywności nierejestrowanej,

dlatego też podniesienie λ prowadzi do zmniejszenia czasu pracy „na czarno”. W ten sposób gospodarstwa domowe zwiększają swój dostęp do strumienia dóbr i usług publicznych. Podwyższenie wartości parametru λ sprawia więc, że sfera oficjalna gospodarki staje się bardziej atrakcyjna, co umożliwia rządowi podniesienie opodatkowania.

VI. Zmiana wartości parametru η :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} = \frac{1}{M^2} \cdot (-1)(1-b-\psi)(1-\psi)2Dw_r \cdot N_{\tau^*} \frac{1}{1-\eta}$$

– gdy zachodzi pierwszy przypadek ($1-b-\psi > 0$), to $\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} < 0$

– gdy zachodzi drugi przypadek ($1-b-\psi < 0$), to $\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} > 0$

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial \eta} = \frac{1}{M^2} \cdot (-1)4paD(1-\psi) \cdot N_{\tau^*} \frac{1}{1-\eta} < 0$$

Parametr η pojawił się w funkcji celu rządu i był miernikiem stopnia demokratyczności sprawowanej władzy. Wraz ze wzrostem jego wartości rośnie znaczenie preferencji gospodarstw domowych w prowadzonej przez rząd polityce gospodarczej. Zwiększenie stopnia demokratyczności ma jednoznaczny wpływ na stopę opodatkowania – rząd, który w większym stopniu troszczy się o zadowolenie gospodarstw domowych z polityki gospodarczej, zmniejszy ich ciężar podatkowy. Natomiast wpływ podniesienia wartości η na czas pracy nierejestrowanej zależy od tego, czy rozważana jest rosnąca czy malejąca funkcja reakcji gospodarstw domowych. Dla przypadku pierwszego ($\psi < 1-b$) obniżenie opodatkowania sprawia, że sfera oficjalna gospodarki staje się bardziej atrakcyjna, co zachęca jednostki do zmniejszenia czasu pracy nierejestrowanej. W drugim przypadku ($\psi > 1-b$) efektywność rządu jest na tyle wysoka, iż jest on w stanie rekompensować wzrost opodatkowania odpowiednimi wydatkami publicznymi. Natomiast zmniejszenie stopy podatkowej znacząco obniża strumień dóbr i usług publicznych, co wiąże się ze spadkiem zadowolenia gospodarstw domowych, które w odpowiedzi zwiększą czas pracy nierejestrowanej.

VI. Zmiana wartości parametru D :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial D} = -\frac{1}{M^2} \cdot N_{\tau^*} \cdot 2\eta w_r (1-\psi)(1-b-\psi)$$

– gdy zachodzi pierwszy przypadek ($1-b-\psi > 0$), to $\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} < 0$

– gdy zachodzi drugi przypadek ($1-b-\psi < 0$), to $\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} > 0$

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial D} = -\frac{1}{M^2} \cdot N_{\tau^*} \cdot 4pa\eta(1-\psi)^2 < 0$$

D jest parametrem technicznym w funkcji celu rządu, dlatego nie posiada sensownej ekonomicznie interpretacji. Zwiększenie jego wartości prowadzi do spadku stopy opodatkowania τ^* oraz zmniejszenia czasu pracy nierejestrowanej dla przypadku pierwszej krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych (rosnącej, $\psi < 1 - b$) lub zwiększenia aktywności nierejestrowanej dla przypadku drugiego (funkcja malejąca, $\psi > 1 - b$).

VII. Zmiana wartości parametru b :

$$\frac{\partial L_s^*}{\partial b} = \frac{1}{M^2} \cdot 2\eta(1-\eta)D(1-\psi)w_r^2(w_s - w_r\psi - \lambda - m) + \frac{1}{M^2} 4\eta w_r p a D(1-\psi)^2 [2\eta D(1-\psi) - (1-\eta)w_r] > 0$$

co wynika z własności (3.35) i (3.22);

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial b} = \{-(1-\eta)w_r^2 \cdot M + (1-\eta)w_r^2 \cdot N_{r^*}\} = \frac{1}{M^2} [(1-\eta)w_r^2 \cdot (N_{r^*} - M)] < 0$$

gdyż $N_{r^*} - M < 0$ (por. załącznik 1).

Przez b została oznaczona stopa biurokratyczna. Im większą wartość osiąga ten parametr, tym wyższe są koszty związane z rejestrowaniem zatrudnienia. Wzrost wartości b można również interpretować w kategoriach zwiększenia marnotrawstwa czasu pracy na wypełnianie różnego rodzaju formalności w urzędach publicznych. Jeżeli zatem stopa biurokratyczna rośnie, maleje atrakcyjność pracy w sektorze oficjalnym, co skłania gospodarstwa domowe do zwiększenia czasu wykonywanej pracy w szarej strefie. Rząd, aby zatrzymać przejście jednostek do sfery nierejestrowanej, obniży stawkę opodatkowania.

VII. Zmiana wartości parametru w_r :

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_r} = \frac{1}{M^2} \cdot M \cdot w_r(1-\eta)(1-b) + \frac{1}{M^2} \cdot \frac{N_{r^*}}{w_r} \cdot (1-\eta) [4\eta p a D(1-\psi)^2 - (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)] > 0$$

co wynika z własności (3.22), (3.34) i (3.37); zaś znak pochodnej $\frac{\partial L_s^*}{\partial w_r}$ jest zależny od kombinacji wartości pozostałych parametrów modelu.

Parametr w_r informował o wysokości płac w sektorze oficjalnym gospodarki. Wraz z jego wzrostem następują przesunięcia krzywych reakcji (3.18) i (3.27), których efektem jest ustalenie nowej równowagi Nasha. W tej równowadze stopa opodatkowania przyjmuje wyższą wartość niż poprzednio, natomiast wielkość pracy nierejestrowanej podlega dwóm przeciwstawnym efektom. Z jednej strony, na skutek wzrostu wynagrodzeń w gospodarce oficjalnej rośnie konkurencyjność

tego sektora, co prowadzi do zmniejszenia szarej strefy. Z drugiej strony natomiast podniesieniu ulega opodatkowanie, co wywołuje przeciwny przepływ sił pracy. To, który z tych efektów przeważy zależy od wartości innych makroparametrów gospodarki.

IX. Zmiana wartości parametru ψ :

Parametr ψ informuje o efektywności wydatków rządowych – im wyższą przyjmuje wartość, tym więcej wydatków publicznych przeznaczane jest na kreację dóbr użytecznych dla gospodarstw domowych. Wartości pochodnych obu zmiennych decyzyjnych po ψ są niejednoznaczne i zależne od wartości pozostałych parametrów modelu pracy nierejestrowanej. Oznacza to, że znaki pochodnych

$\frac{\partial L_s^*}{\partial \psi}$ i $\frac{\partial \tau^*}{\partial \psi}$ można określić jedynie dla konkretnych kombinacji wartości innych

parametrów. Jest to konsekwencją działania dwóch efektów o przeciwnych kierunkach wywołanych przez zmianę wartości parametru ψ .

Zebrane wyniki statyki porównawczej stanu równowagi (τ^* , L_s^*) modelu pracy nierejestrowanej przedstawiono w tab. 6. Zaprezentowane pochodne obejmują oba rozważane przypadki, tj. dla $1 - b - \psi > 0$ (przypadek pierwszy) oraz $1 - b - \psi < 0$ (przypadek drugi).

Tabela 6. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha dla modelu pracy nierejestrowanej

		Przypadek pierwszy		Przypadek drugi	
		zmienne		zmienne	
		L_s^*	τ^*	L_s^*	τ^*
Parametry	w_s	$\frac{\partial L_s^*}{\partial w_s} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_s} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial w_s} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_s} < 0$
	p	$\frac{\partial L_s^*}{\partial p} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial p} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial p} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial p} > 0$
	a	$\frac{\partial L_s^*}{\partial a} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial a} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial a} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial a} > 0$
	m	$\frac{\partial L_s^*}{\partial m} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial m} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial m} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial m} > 0$
	λ	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \lambda} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \lambda} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \lambda} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \lambda} > 0$
	η	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \eta} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \eta} < 0$

Tabela 6 cd.

		Przypadek pierwszy		Przypadek drugi	
		zmienne		zmienne	
		L_s^*	τ^*	L_s^*	τ^*
Parametry	b	$\frac{\partial L_s^*}{\partial b} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial b} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial b} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial b} < 0$
	D	$\frac{\partial L_s^*}{\partial D} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial D} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial D} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial D} < 0$
	w_r	$\frac{\partial L_s^*}{\partial w_r} = ?$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_r} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial w_r} = ?$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_r} > 0$
	ψ	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \psi} = ?$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \psi} = ?$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \psi} = ?$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \psi} = ?$

Źródło: obliczenia własne.

3.3. Model produkcji nierejestrowanej

3.3.1. Założenia ogólne

Model jest statyczny. Występują w nim dwie grupy jednostek: homogeniczne przedsiębiorstwa (reprezentowane przez typowe przedsiębiorstwo³⁴) oraz rząd. Przedsiębiorstwa zajmują się procesem produkcyjnym, w wyniku którego uzyskują łączny zysk Y_f . Może on pochodzić albo z oficjalnie zarejestrowanego procesu produkcyjnego, albo z produkcji ukrytej. Rząd jest zaś podmiotem sprawującym władzę – prowadzi politykę gospodarczą. Zarówno przedsiębiorstwa, jak i rząd dążą do maksymalizacji własnej funkcji celu. Ponieważ ich dążenia nie są zbieżne, w wyniku ich wzajemnych interakcji powstaje w gospodarce produkcja nierejestrowana.

W celu uproszczenia analizy założono, że jednostki nie mają możliwości pożyczania ani oszczędzania. Co więcej, przyjęto, iż przedsiębiorstwa uzyskują pewien zysk z produkcji rejestrowanej i ukrytej, ale pominięto całkowicie proces produkcyjny służący wygenerowaniu tego zysku³⁵. Aby odróżnić parametry po-

34 Podobnie zatem jak w modelu pracy nierejestrowanej, w analizie skorzystano z koncepcji typowego agenta (*representative agent*).

35 Wprowadzenie konkretnych funkcji produkcji, np. typu Cobba-Douglassa, i zróżnicowanie procesu produkcyjnego w sferze oficjalnej oraz szarej strefie gospodarki stanowiłoby ciekawe rozbudowanie konstruowanego modelu (por. m.in. Ihrig, Moe, 2004). Sam proces produkcyjny nie jest jednak przedmiotem zainteresowania w tej analizie.

jawiające się w niniejszym modelu od oznaczeń stosowanych przy konstrukcji modelu pracy nierejestrowanej, wszystkie parametry zostały oznaczone z indeksem dolnym f .

3.3.2. Rząd

Działalność rządu koncentruje się na prowadzeniu polityki fiskalnej. Ustala on stopę opodatkowania zysku $\tau_f \in (0, 1)$, która jest pobierana od przedsiębiorstw prowadzących działalność gospodarczą w sferze oficjalnej gospodarki. Zyski pochodzące z produkcji ukrytej, jako nieujawniane w księgach, nie podlegają opodatkowaniu.

W celu zwalczania produkcji nierejestrowanej³⁶ rząd powołuje organy kontrolne, które mają za zadanie przeprowadzanie inspekcji w wybranych przedsiębiorstwach. Założono, że każda kontrola kończy się wykryciem faktycznie prowadzonego procesu produkcyjnego. Jeżeli przedsiębiorstwo zostanie przyłapane na wytwarzaniu produkcji ukrytej i zatajaniu związanych z nią zysków, to zostaje ukarane grzywną a_f . Oczekiwana kara P_f zależy więc zarówno od wysokości kary pieniężnej nałożonej na przedsiębiorstwo, jak i od prawdopodobieństwa, iż dana firma zostanie poddana kontroli. Mając na uwadze rozważania dotyczące postaci funkcji kary przeprowadzone w podrozdziale 3.2.4 za Friedman i in. (2000), zdecydowano się przyjąć funkcję postaci:

$$P_f = a_e p_f \alpha_s^2 \quad (3.44)$$

gdzie a_e to oczekiwana grzywna za produkcję ukrytą, zaś komponent $p_f \alpha_s^2$ jest związany z prawdopodobieństwem wykrycia produkcji nierejestrowanej. Parametr $p_f \in (0, 1)$ stanowi efektywność organów kontroli, zaś $\alpha_s \in (0, 1)$ odzwierciedla rozmiary produkcji ukrytej. Im skuteczniej działają instytucje nadzorcze, tym większa jest szansa, iż wykryją one działalność produkcyjną w szarej strefie. Podobnie, na im większą skalę wytwarzana jest produkcja ukryta, tym łatwiej jest wykryć taką aktywność (staje się ona bardziej widoczna), a zatem oczekiwana kara rośnie coraz szybciej wraz ze wzrostem rozmiarów produkcji nierejestrowanej,

$$\text{stad } \frac{\partial P_f}{\partial \alpha_s} > 0 \text{ oraz } \frac{\partial^2 P_f}{\partial \alpha_s^2} > 0.$$

36 Choć rząd poprzez prowadzenie polityki gospodarczej oddziałuje na wielkość szarej strefy i ustanawiając odpowiednie instrumenty, może ją ograniczać, to jego celem nie musi być wcale dążenie do wyeliminowania nierejestrowanej działalności produkcyjnej. W literaturze oprócz strat generowanych przez szarą strefę często podaje się również korzyści z niej płynące (m.in. Kabaj, 2009a). Można zatem podejrzewać, że w interesie rządu może być utrzymanie pewnego niezerowego poziomu produkcji nierejestrowanej.

W funkcji kary pojawia się jeszcze oczekiwana grzywna a_e za prowadzenie działalności nierejestrowanej. Jest to związane z występowaniem korupcji w szarej strefie gospodarki. Przyjęto, że istnieje pewien odsetek $u_f \in (0, 1)$ uczciwych urzędników w gospodarce, którzy przeprowadzają kontrole w zgodzie z obowiązującymi przepisami prawa. Jeżeli wykryją nieprawidłowości w księgach, to nałożą na dane przedsiębiorstwo ustawową grzywnę a_f . Pozostała część urzędników $(1 - u_f)$ jest nieuczciwa i czerpie prywatne korzyści finansowe z przeprowadzanej inspekcji. Jeżeli nieuczciwy urzędnik wykryje, iż przedsiębiorstwo ukrywa część produkcji, to zamiast nałożyć regulaminową grzywnę, zaproponuje łapówkę \tilde{a}_f , dzięki której „przymknie oko” na prowadzony proceder. W rezultacie jego kontrola nie wykaże produkcji ukrytej, a do kasy publicznej nie trafią środki z tytułu zapłaconej grzywny, zaś jego prywatne konto zasili gratyfikacja finansowa od przedsiębiorstwa w postaci łapówki. Oczywiście aby ten proceder był opłacalny dla firm, kwota łapówki musi być niższa od oficjalnej grzywny ($0 < \tilde{a}_f < a_f$). Oczekiwana grzywna dla przedsiębiorstwa produkującego w szarej strefie wynosi zatem:

$$a_e = u_f a_f + (1 - u_f) \tilde{a}_f \quad (3.45)$$

zaś po jej uwzględnieniu funkcja kary P_f dana jest następującym wzorem:

$$P_f = p_f \alpha_s^2 [u_f a_f + (1 - u_f) \tilde{a}_f] \quad (3.46)$$

Przychody rządu pochodzą z dwóch źródeł: z podatków płaconych przez przedsiębiorstwa z zysków uzyskanych z produkcji rejestrowanej $(1 - \alpha_s) Y_f$ oraz z kar, które są uiszczane przez te firmy, które zostały przyłapane na działalności nierejestrowanej. Co ważne, budżet rządu zasilają jedynie grzywny, które zostały pobrane przez uczciwych urzędników (komponent $p_f \alpha_s^2 u_f a_f$), zaś łapówki trafiają wyłącznie do kieszeni skorumpowanych urzędników.

Ze względu na założenie o braku możliwości pożyczania i oszczędzania, rząd nie może tworzyć ani deficytu, ani nadwyżki budżetowej, więc całość przychodów rządu przeznaczana jest na wydatki rządowe G . Podobnie jak w modelu pracy nierejestrowanej przyjęto, że mogą to być użyteczne $(\psi_f G_f)$ lub nieużyteczne $((1 - \psi_f) G_f)$ społecznie wydatki rządowe. Użyteczne wydatki z punktu widzenia przedsiębiorstw są wykorzystywane do generowania strumienia dóbr i usług publicznych, natomiast nieużyteczne stanowią konsumpcję rządu i służą zaspokojeniu wyłącznie jego potrzeb. Parametr $\psi_f \in [0, 1]$ jest miernikiem efektywności rządu, służącym do określenia, jaka część zapłaconych przez przedsiębiorstwa podatków od zysku i grzywnien za produkcję ukrytą wraca do nich pod postacią dóbr i usług publicznych. Im zdolność rządu w kreowaniu dóbr i usług publicznych jest większa, tym wyższa jest jego efektywność.

W rezultacie ograniczenie budżetowe rządu można zapisać za pomocą następującego równania:

$$\tau_f(1 - \alpha_s)Y_f + p_f\alpha_s^2u_fa_f = G_f \quad (3.47)$$

gdzie: $1 - \alpha_s$ odzwierciedla udział produkcji rejestrowanej, zaś Y_f stanowi łączny zysk z procesu produkcyjnego. Po lewej stronie zapisano przychody budżetowe, zaś po prawej wydatki rządowe G_p , które można zapisać również jako $G_f = (1 - \psi_f)G_f + \psi_fG_p$.

Rząd dąży do maksymalizacji własnej funkcji celu $F_{g,f}$. Przyjęto funkcję analogiczną, jak w modelu pracy nierejestrowanej, daną równaniem (3.3). Założono zatem, iż rząd bierze pod uwagę zarówno własne zadowolenie, jak i preferencje przedsiębiorstw, swoich potencjalnych wyborców. Zadowolenie rządu zależy od wielkości wydatków rządowych G_p , a wraz z ich wzrostem rośnie wartość funkcji celu. Natomiast jako preferencje przedsiębiorstw przyjęto ich funkcję poparcia dla polityki gospodarczej rządu S_f . Znaczenie preferencji rządu i przedsiębiorstw odzwierciedla parametr $\eta_f \in (0, 1)$, który stanowi stopień demokratyczności sprawowanej przez rząd władzy. Im η_f przyjmuje wyższą wartość, tym większe znaczenie w funkcji celu rządu odgrywa komponent odpowiadający za zadowolenie przedsiębiorstw. Gdyby $\eta_f = 1$, rząd w ogóle nie brałby pod uwagę własnych preferencji (przypadek demokracji całkowitej), zaś gdyby η_f przyjęła drugą skrajną wartość i była równa 0, rząd kierowałby się wyłącznie własnymi preferencjami, zapominając o zadowoleniu społeczeństwa (przypadek władzy dyktatorskiej). W modelu przyjęto, że wartość $\eta_f \in (0, 1)$, czyli rozważany jest przypadek pośredni pomiędzy tymi dwoma radykalnymi systemami rządów. Funkcja celu rządu przyjmuje zatem postać:

$$F_{g,f} = (1 - \eta_f)G_f + \eta_fS_f \quad (3.48)$$

Rząd w swoich dążeniach bierze pod uwagę preferencje przedsiębiorstw. Jest to związane z chęcią utrzymania się przy władzy. Poparcie przedsiębiorstw dla sprawowanej przez rząd polityki gospodarczej opisuje funkcja S_f . Zgodnie z uwagami opisanymi w podrozdziale 3.2.4 założono, że ta funkcja zależy od dwóch czynników: od stopy opodatkowania zysków przedsiębiorstw $\tau_f(-)$ oraz od efektywności rządu $\psi_f(+)$ i ma postać:

$$S_f = -D_f\tau_f^2(1 - \psi_f) \quad (3.49)$$

Uwzględnienie w (3.48) konkretnej postaci funkcji S_f (3.49) pozwala zapisać ostateczny wzór na funkcję celu rządu:

$$F_{g,f} = (1 - \eta_f)G_f + \eta_f(-1)D_f\tau_f^2(1 - \psi_f) \quad (3.50)$$

Podsumowując dotychczasowe rozważania, możemy stwierdzić, że zadanie optymalizacyjne rządu polega na wyborze wartości stopy podatku τ_f od zysku przedsiębiorstw, która maksymalizuje wartość jego funkcji celu (3.50) przy danym ograniczeniu budżetowym (3.47).

3.3.3. Typowe przedsiębiorstwo

Homogeniczne przedsiębiorstwa prowadzą proces produkcyjny, z którego otrzymują łączny zysk Y_f . Część $(1 - \alpha_s)$ tak osiągniętego zysku pochodzi z produkcji rejestrowanej, zaś reszta (α_s) jest wytwarzana w szarej strefie gospodarki, tworząc produkcję ukrytą. Przedsiębiorstwa podejmują decyzje o nierejestrowaniu części α_s swojej łącznej produkcji, tak aby maksymalizować swój zysk³⁷.

Zysk z działalności w sektorze oficjalnym $(1 - \alpha_s)Y_f$ podlega opodatkowaniu według stopy podatku od zysku τ_p , której wartość ustala rząd. Oprócz obciążeń fiskalnych działalność gospodarcza w sektorze oficjalnym wiąże się jeszcze z koniecznością wypełniania różnego rodzaju formalności biurokratycznych, które reprezentuje stopa biurokratyczna $b_f \in [0, 1)$. Są to wszelkie wymogi prawne, które zarejestrowane przedsiębiorstwo musi spełnić, aby móc legalnie prowadzić swą aktywność gospodarczą. Można do nich zaliczyć wszelkiego rodzaju koncesje, zezwolenia, licencje, regulacje prawa pracy, wymogi BHP itp. Stopę biurokratyczną można interpretować jako udział wydatków na opłaty biurokratyczne w zyskach przedsiębiorstw lub jako czas marnowany w urzędach na dopełnianiu wymaganych formalności. Im stopień skomplikowania przepisów prawnych jest większy, im bardziej formalności administracyjne ograniczają swobodę prowadzenia działalności gospodarczej, tym wyższą wartość przyjmuje stopa biurokratyczności b_f , zaś atrakcyjność sfery oficjalnej gospodarki do prowadzenia w niej przedsiębiorstwa maleje.

Dodatkowo, w sektorze rejestrowanym gospodarki, podczas wypełniania formalności prawnych, przedsiębiorstwa muszą się liczyć z możliwością natrafienia na nieuczciwego urzędnika, który nadużywa swojego stanowiska w celu czerpania prywatnych korzyści. Skorumpowani urzędnicy, których udział³⁸ w gospodarce został oznaczony jako $1 - u_f$, w zamian za szybsze lub terminowe wypełnienie swoich obowiązków służbowych, przychylne rozpatrzenie danego wniosku itp. żądają od przedsiębiorstw pewnej rekompensaty finansowej $k_f \in [0, 1)$. Parametr k_f stanowi zatem udział kwoty łapówki w opodatkowanych zyskach przedsiębiorstw. Jeżeli natomiast firma trafi na uczciwego urzędnika, których udział w gospodarce wynosi $u_f \in (0, 1)$, nie musi ponosić dodatkowych kosztów związanych z prowadzeniem zarejestrowanej działalności gospodarczej. Występowanie korupcji w sektorze oficjalnym gospodarki jest zatem destymulantą prowadzenia w niej działalności produkcyjnej – im wyższy jest udział skorumpowanych urzędników lub im wyższej żądają oni łapówki, tym mniejsza jest atrakcyjność sfery rejestrowanej. Ostatecznie zatem zysk z produkcji oficjalnej można zapisać za pomocą wzoru:

$$(1 - \alpha_s)Y_f(1 - \tau_p)[1 - b_f - (1 - u_f)k_f] \quad (3.51)$$

gdzie: $1 - b_f - (1 - u_f)k_f \in (0, 1]$.

37 Friedman i in. (2000) rozważali zysk przedsiębiorstwa jako jego funkcję użyteczności.

38 Biswas i in. (2012) również przewidzieli w swoim modelu udział skorumpowanych urzędników.

Mimo że stopa biurokratyczna b_f i stopa łapówki k_f zostały uwzględnione w wyrażeniu (3.51) w analogiczny sposób jak stopa opodatkowania τ_f i każda z nich stanowi pewien odsetek zysku, który pobierany jest od przedsiębiorstw, to odmienny jest ich kanał wpływu na decyzje firm dotyczące wyboru sektora prowadzenia aktywności gospodarczej. Ściągane przez rząd podatki zasilają jego budżet, z którego następnie są generowane wydatki publiczne. W rezultacie część zapłaconych przez przedsiębiorstwa podatków powraca do nich w postaci strumienia dóbr i usług publicznych. Jeżeli zatem rząd podniesie stopę opodatkowania τ_f , to z jednej strony zmniejszy zyski netto przedsiębiorstw, co doprowadzi do spadku ich zadowolenia z prowadzenia aktywności rejestrowanej i wzrostu produkcji ukrytej, natomiast z drugiej strony zwiększenie stopy opodatkowania sprawia, iż rosą przychody budżetowe, z których, przy danym poziomie efektywności rządu, tworzony jest większy strumień dóbr i usług publicznych. Uatrakcylnia to sektor oficjalny jako miejsce prowadzenia procesu produkcyjnego oraz ogranicza skalę produkcji nierejestrowanej. Ostateczny wpływ podniesienia stopy opodatkowania na wielkość produkcji ukrytej nie jest zatem jednoznaczny i zależy od stopnia oddziaływania tych dwóch efektów. Odmiennie przedstawia się zaś sytuacja w przypadku zwiększenia stopy biurokratycznej lub stopy korupcji, które nie zasilają budżetu rządu i stanowią nierekompensowane w żaden sposób koszty prowadzenia rejestrowanej aktywności gospodarczej. Wraz ze wzrostem b_f lub k_f wielkość produkcji ukrytej ulegnie zatem powiększeniu.

W wyniku prowadzenia aktywności gospodarczej w szarej strefie typowe przedsiębiorstwo otrzymuje zysk $Y_f \alpha_s$. Jako że pochodzi on z produkcji ukrytej, nie zostaje zarejestrowany, a więc nie podlega opodatkowaniu. Co więcej, działalność gospodarcza w szarej strefie jest wolna od konieczności wypełniania formalności biurokratycznych związanych z obowiązującymi przepisami prawa, czyli pozwala uniknąć marnotrawstwa czasu na stanie w kolejkach w urzędach i ponoszenia związanych z tym kosztów. Prowadząc produkcję ukrytą, przedsiębiorstwa nie mają również kontaktu ze skorumpowanymi urzędnikami, którzy nadużywają swojego stanowiska i żądają łapówek w zamian za wypełnienie swoich obowiązków. Do korzyści płynących z produkcji nierejestrowanej należy zatem uniknięcie opodatkowania τ_f , biurokracji b_f oraz korupcji k_f w sektorze oficjalnym gospodarki.

Działalność w szarej strefie nie jest jednak wolna od innych obciążeń. Przede wszystkim nierejestrowanie procesu produkcyjnego i osiąganych z niego zysków jest niezgodne z obowiązującymi w danej gospodarce przepisami i podlega penalizacji. Jeżeli przedsiębiorstwo zostanie poddane kontroli, która wykaże nieksięgowane zyski z produkcji ukrytej, to będzie zobligowane do zapłaty kary, którą odzwierciedla funkcja P_f dana wzorem (3.46). Jest to zatem działalność gospodarcza obciążona pewnym ryzykiem. Oczekiwana wysokość grzywny a_c nakładanej na przedsiębiorstwa może być jednak ograniczana ze względu na występowanie korupcji w szarej strefie gospodarki. Jeżeli kontrolę przeprowadza nieuczciwy

urzędnik (na spotkanie którego firma ma szansę $1 - u_f$)³⁹, który wykryje produkcję ukrytą, to zamiast zapłacić mu regulaminową grzywnę a_p , firma kupuje korzystny wynik inspekcji niewykazujący żadnych nieprawidłowości w zamian za pewną gratyfikację finansową \tilde{a}_f dla kontrolera, gdzie $\tilde{a}_f < a_f$ ⁴⁰. Z tej perspektywy korupcja występująca w szarej strefie jest korzystna z punktu widzenia przedsiębiorstw wytwarzających produkcję nierejestrowaną i ukrywających uzyskiwane z niej zyski. Jest to zgodne z sugestią pojawiającą się m.in. w pracach Drehera i Schneidera (2010) oraz Choi i Thuma (2005), że wpływ korupcji na wielkość szarej strefy jest niejednoznaczny i zależy od rodzaju korupcji. Jeżeli korupcja pojawia się w sferze nierejestrowanej i służy przekupieniu urzędnika podczas kontroli, to wraz z jej wzrostem rośnie skala działalności ukrytej, a przedsiębiorstwa wręczają łapówki po to, by dalej wytwarzać produkcję ukrytą. Natomiast w przypadku korupcji w sferze oficjalnej jednostki przekupują urzędników po to, aby móc uzyskać licencję, zezwolenie, wygrać przetarg itp. – a więc po to, by efektywniej prowadzić działalność rejestrowaną. Zwiększenie korupcji w tej sytuacji prowadzi do zmniejszenia aktywności ukrytej. Dreher i Schneider (2010) stawiają nawet tezę, że w przypadku krajów rozwijających się korupcja występuje najczęściej w szarej strefie – a więc szara strefa i korupcja są względem siebie komplementarne, podczas gdy w krajach rozwiniętych mamy do czynienia z drugim rodzajem korupcji, czyli w tych gospodarkach szara strefa i korupcja są względem siebie substytucyjne.

Oprócz straty związanej z możliwością przyłapania i koniecznością zapłacenia kary aktywność nierejestrowana ogranicza dostęp przedsiębiorstw do strumienia dóbr i usług publicznych⁴¹. Rząd przeznacza część wydatków publicznych na wygenerowanie dóbr i usług publicznych $\psi_f G_f$. Jeżeli przedsiębiorstwo prowadzi działalność gospodarczą wyłącznie w sektorze oficjalnym, to ma do nich nieograniczony dostęp. Istnieją natomiast takie dobra i usługi publiczne, które pozostają niedostępne dla firm wytwarzających produkcję ukrytą, np. sądownictwo czy policja. Przykładowo, jeżeli do hal produkcyjnych firmy nierejestrującej procesu produkcyjnego włamają się złodzieje i ukradną znajdujące się w nich maszyny, to takie przedsiębiorstwo nie ma możliwości zgłoszenia tej sprawy na policję, ze względu na ukryty charakter prowadzonego przedsięwzięcia. W rezultacie taka firma nie ma dostępu do usług policji, mimo iż taka instytucja została utworzona i rząd zasilą wydatkami publicznymi jej funkcjonowanie. W związku z tym strumień dóbr i usług publicznych jest ograniczany przez komponent $\lambda_f \alpha_s$ i przyjmuje postać:

$$\psi_f G_f - \lambda_f \alpha_s \quad (3.52)$$

39 W tym modelu dla uproszczenia założono zatem, że udział uczciwych i skorumpowanych urzędników jest taki sam w każdym sektorze gospodarki. Biswas i in. (2012) dokonali zaś ich rozróżnienia, przyjmując, iż owe udziały są odmienne w szarej strefie i w sektorze oficjalnym.

40 Podobne założenie można znaleźć w pracy Bilotkach (2006).

41 Koncepcja ta została dokładniej omówiona w modelu pracy nierejestrowanej.

gdzie: $\lambda_f \in (0, \infty)$, zaś $\frac{\lambda_f \alpha_s}{\psi_f G_f}$ stanowi udział dóbr i usług publicznych niedostępnych dla przedsiębiorstw wytwarzających α_s produkcji ukrytej. Warto jeszcze zaznaczyć, że ów ograniczony dostęp nie dotyczy wszystkich dóbr i usług publicznych, ponieważ np. po wybudowanej przez rząd drodze może przewozić swoje produkty zarówno firma wytwarzająca produkcję rejestrowaną, jak i ukrytą, dlatego $\lambda_f \in \left(0, \frac{\psi_f G_f}{\alpha_s}\right)$.

Podsumowując dotychczasowe rozważania dotyczące sektora przedsiębiorstw, zauważmy, że na zysk typowej firmy Π_f składa się zysk z produkcji rejestrowanej pomniejszony o opodatkowanie, stopę biurokratyczną i korupcyjną, zysk z produkcji ukrytej pomniejszony o oczekiwane kary oraz generowany przez rząd strumień dóbr i usług publicznych dostępny dla danej firmy:

$$\begin{aligned} \Pi_f = & (1 - \alpha_s) Y_f (1 - \tau_f) [1 - b_f - (1 - u_f) k_f] + \\ & + Y_f \alpha_s - p_f \alpha_s^2 [u_f a_f + (1 - u_f) \tilde{a}_f] + \psi_f G_f - \lambda_f \alpha_s \end{aligned} \quad (3.53)$$

Ostatecznie problem decyzyjny typowego przedsiębiorstwa sprowadza się do wyboru udziału produkcji nierejestrowanej α_s w łącznym procesie produkcyjnym, który będzie maksymalizować wartość jego funkcji zysku Π_f , opisanej równaniem (3.53).

3.3.4. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego

Po uwzględnieniu problemu decyzyjnego rządu i przedsiębiorstw otrzymano ostateczną postać zadania optymalizacyjnego:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi_f = (1 - \alpha_s) Y_f (1 - \tau_f) [1 - b_f - (1 - u_f) k_f] + Y_f \alpha_s - p_f \alpha_s^2 [u_f a_f + (1 - u_f) \tilde{a}_f] + \\ + \psi_f G_f - \lambda_f \alpha_s \xrightarrow{\alpha_s} \max \\ F_{g,f} = (1 - \eta_f) G_f + \eta_f (-1) D_f \tau_f^2 (1 - \psi_f) \xrightarrow{\tau_f} \max \\ \tau_f (1 - \alpha_s) Y_f + p_f \alpha_s^2 u_f a_f = G_f \end{array} \right. \quad (3.54)$$

gdzie: $a_f, \tilde{a}_f, Y_f, G_f, D_f, \lambda_f \in (0, \infty)$, $\tau_f, \alpha_s, p_f, \eta_f \in (0, 1)$, $b_f, k_f \in [0, 1]$, $\psi_f, u_f \in [0, 1]$.

Rząd wybiera stopę podatkową τ_f , która maksymalizuje jego funkcję celu $F_{g,f}$ przy danym ograniczeniu budżetowym, zaś przedsiębiorstwa szukają wielkości produkcji ukrytej α_s , która będzie maksymalizować ich zysk Π_f .

Podobnie jak w przypadku modelu pracy nierejestrowanej, prezentowany powyżej model produkcji ukrytej można analizować przy wykorzystaniu narzędzi teorii gier. Zadanie optymalizacyjne (3.54) stanowi pewną grę rynkową, w której uczestniczy dwóch graczy: rząd i reprezentatywne przedsiębiorstwo. Jest to gra o strategiach ciągłych, bowiem wszystkie możliwe wartości α_s – udziału produkcji ukrytej w łącznej produkcji – z przedziału $(0, 1)$ stanowią zbiór strategii przedsiębiorstwa. Podobnie strategiami rządu są wszystkie dostępne poziomy stopy opodatkowania zysku τ_f z przedziału $(0, 1)$. Kryterium podejmowania decyzji dla obu graczy stanowią ich funkcje celu, których wartości określają wysokości wypłat przy wybranych strategiach rządu i przedsiębiorstwa. W grze akcent położony jest na wzajemne interakcje pomiędzy graczami, zaś o tym, w jaki sposób rząd i przedsiębiorstwo powinno zareagować na daną strategię innego gracza, informują ich krzywe najlepszej reakcji. W punkcie ich przecięcia zostaje ustalony stan równowagi, będący równowagą Nasha modelu produkcji ukrytej. Analogicznie jak w poprzednim modelu, rozważana gra jest grą o sumie niezerowej w postaci normalnej (por. Straffin, 2004).

Algorytm poszukiwania rozwiązania zadania optymalizacyjnego (3.54) jest następujący. Najpierw, niezależnie od siebie, zostaną wyznaczone maksima funkcji celu rządu i gospodarstw domowych. Ich problemy optymalizacyjne zostaną zatem potraktowane zupełnie odrębnie – przy założeniu stałej wartości zmiennej decyzyjnej drugiego z podmiotów. Następnie zostanie zbadana odpowiedź rządu (przedsiębiorstw) na optymalną strategię przedsiębiorstw (rządu). Te reakcje na wzajemne postępowania jednostek w gospodarce wyznaczą rozwiązanie całego zadania optymalizacyjnego (3.54) i równowagę Nasha zaproponowanego modelu. Schemat postępowania można więc przedstawić za pomocą następujących kroków⁴²:

- a) krok 1 – wyznaczenie optymalnej stopy podatku od zysku, oznaczanej jako $\tilde{\tau}_f$, która maksymalizuje wartość funkcji celu rządu $F_{g,f}$ przy danym ograniczeniu budżetowym rządu (wówczas wielkość α_s jest stała);
- b) krok 2 – znalezienie optymalnych rozmiarów produkcji nierejestrowanej, oznaczonych jako $\tilde{\alpha}_s$, maksymalizujących funkcję zysku przedsiębiorstw Π_f (dla stałej wartości τ_f);
- c) krok 3 – obliczenie optymalnej stopy podatku od zysku całego zadania optymalizacyjnego (3.54), oznaczonej jako τ_f^* , poprzez wstawienie do równania $\tilde{\tau}_f$ otrzymanego z kroku 1 wzoru na $\tilde{\alpha}_s$ pochodzącego z kroku 2;
- d) krok 4 – wyznaczenie optymalnych rozmiarów produkcji ukrytej całego zadania optymalizacyjnego (3.54), oznaczonych jako α_s^* , poprzez wstawienie do równania $\tilde{\alpha}_s$ otrzymanego z kroku 2 wzoru na $\tilde{\tau}_f$ pochodzącego z kroku 1.

Otrzymane z kroku 3 i 4 rozwiązanie (τ_f^*, α_s^*) zadania (3.54) stanowi równowagę Nasha zaproponowanego modelu.

42 Kroki 1 i 2 można wykonać w dowolnej kolejności, podobnie przemienne są względem siebie kroki 3 i 4.

3.3.4.1. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 1

Po podstawieniu ograniczenia budżetowego rządu (3.47) do jego funkcji celu (3.50) otrzymano:

$$F_{g,f} = (1 - \eta_f)[\tau_f(1 - \alpha_s)Y_f + p_f\alpha_s^2u_fa_f] + \eta_f(-1)D_f\tau_f^2(1 - \psi_f) \quad (3.55)$$

Przy założeniu stałej wartości zmiennej decyzyjnej przedsiębiorstw α_s jest to funkcja jednej zmiennej. Warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji (3.55) ma więc postać:

$$F_{g,f}'(\tau_f) = (1 - \eta_f)(1 - \alpha_s)Y_f - 2\tau_f\eta_fD_f(1 - \psi_f) = 0 \quad (3.56)$$

Przekształcając równanie (3.56), otrzymano następujący punkt stacjonarny:

$$\tilde{\tau}_f = \frac{(1 - \eta_f)(1 - \alpha_s)Y_f}{2\eta_fD_f(1 - \psi_f)} \quad (3.57)$$

W celu sprawdzenia warunku dostatecznego wyznaczono drugą pochodną:

$$F_{g,f}''(\tau_f) = -2\eta_fD_f(1 - \psi_f) < 0 \quad (3.58)$$

a zatem warunek wystarczający jest spełniony, funkcja $F_{g,f}$ (3.55) posiada w punkcie $\tilde{\tau}_f$ danym wzorem (3.57) maksimum lokalne.

Równanie (3.57) wyznacza też wzór na krzywą najlepszej reakcji rządu. Informuje ona rząd, jakie rozmiary stopy opodatkowania zysku powinien wybrać, aby maksymalizować swoją funkcję celu (3.55) przy danym poziomie produkcji ukrytej. Co więcej:

$$\tilde{\tau}_f'(\alpha_s) = \frac{(1 - \eta_f)Y_f}{2\eta_fD_f(1 - \psi_f)} < 0 \quad (3.59)$$

a zatem najlepszą odpowiedzią rządu na zwiększenie wielkości produkcji ukrytej jest obniżenie stopy opodatkowania. Krzywa najlepszej reakcji rządu jest więc funkcją malejącą ze względu na α_s , dodatkowo⁴³:

$$\tilde{\tau}_f(0) = \frac{(1 - \eta_f)Y_f}{2\eta_fD_f(1 - \psi_f)} \quad (3.60)$$

43 Zgodnie z wcześniejszymi założeniami $\alpha_s, \tau_f \in (0, 1)$, a zatem nie mogą przyjmować wartości z końców przedziału. Obliczenia wartości krzywych reakcji w tych punktach służą więc wyłącznie do stworzenia ich wykresu.

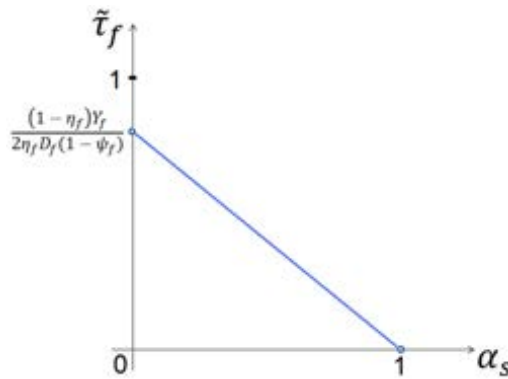
oraz

$$\tilde{\tau}_f(1) = 0 \quad (3.61)$$

Aby otrzymane rozwiązania miały sens ekonomiczny ($\tau_f \in (0, 1)$), założono, że zachodzi nierówność:

$$(1 - \eta_f)Y_f < 2\eta_f D_f(1 - \psi_f) \quad (3.62)$$

Wówczas na podstawie (3.59)–(3.62) wykres krzywej najlepszej reakcji rządu dany wzorem (3.57) ilustruje rys. 13:



Rysunek 13. Wykres krzywej najlepszej reakcji rządu $\tilde{\tau}_f$ przy spełnieniu warunku (3.62)

Źródło: opracowanie własne.

3.3.4.2. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 2

Podstawiając do równania zysku (3.53) typowego przedsiębiorstwa wzór na wielkość wydatków publicznych rządu (3.47), otrzymano funkcję:

$$\begin{aligned} \Pi_f = & (1 - \alpha_s)Y_f(1 - \tau_f)[1 - b_f - (1 - u_f)k_f] + Y_f\alpha_s - p_f\alpha_s^2[u_f a_f + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \\ & + \psi_f\tau_f(1 - \alpha_s)Y_f + \psi_f p_f\alpha_s^2 u_f a_f - \lambda_f\alpha_s \end{aligned} \quad (3.63)$$

która przy założeniu stałej wartości stopy opodatkowania zysku τ_f jest funkcją jednej zmiennej $\Pi_f = f(\alpha_s)$. Aby znaleźć jej maksimum, wyznaczono warunek konieczny:

$$\begin{aligned} \Pi'_f(\alpha_s) = & -Y_f(1 - \tau_f)[1 - b_f - (1 - u_f)k_f] + Y_f - 2\alpha_s p_f[u_f a_f + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \\ & - Y_f\psi_f\tau_f + 2\alpha_s\psi_f p_f u_f a_f - \lambda_f = 0 \end{aligned} \quad (3.64)$$

z którego po przekształceniu obliczono punkt stacjonarny postaci:

$$\tilde{\alpha}_s = \frac{Y_f - \tau_f Y_f \psi_f - (1 - \tau_f) Y_f [1 - b_f - (1 - u_f) k_f] - \lambda_f}{2p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f]} \quad (3.65)$$

Rozmiary produkcji nierejestrowanej, dane wzorem (3.65), maksymalizują funkcję zysku (3.63) przedsiębiorstwa, jeżeli spełniają również warunek dostateczny istnienia ekstremum funkcji jednej zmiennej. Druga pochodna ma postać:

$$\Pi_f''(\alpha_s) = -2p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f] < 0$$

a zatem warunek wystarczający jest spełniony, zaś $\tilde{\alpha}_s$ stanowi maksimum lokalne funkcji Π_f .

Jeżeli więc przedsiębiorstwo chce maksymalizować wartość swojego zysku Π_f , powinno wybrać wielkość produkcji ukrytej $\tilde{\alpha}_s$ postaci (3.65). Co więcej, to równanie stanowi również krzywą najlepszej reakcji przedsiębiorstw, która informuje je o tym, jakie rozmiary produkcji nierejestrowanej powinny wybrać, jeżeli chcą maksymalizować swoją funkcję zysku przy danej stopie opodatkowania zysku wyznaczanej przez rząd. Warto zauważyć, że:

$$\tilde{\alpha}'_s(\tau) = \frac{Y_f [1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f]}{2p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f]} \quad (3.66)$$

a zatem reakcja przedsiębiorstw na wzrost stopy opodatkowania nie jest jednoznaczna (nie można określić znaku pochodnej) i zależy od wartości wyrażenia $1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f$:

- a) **przypadek pierwszy:** gdy $1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f > 0$ (czyli $\psi_f < 1 - b_f - (1 - u_f) k_f$), to $\tilde{\alpha}'_s(\tau) > 0$, a zatem najlepszą odpowiedzią przedsiębiorstw na podniesienie stopy opodatkowania zysku jest zwiększenie rozmiarów produkcji ukrytej;
- b) **przypadek drugi:** gdy $1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f < 0$ (czyli $\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f) k_f$), to $\tilde{\alpha}'_s(\tau) < 0$, a więc otrzymano odmienną optymalną reakcję przedsiębiorstw – wraz ze wzrostem stawki podatkowej produkcja nierejestrowana spadnie⁴⁴.

Aby zrozumieć, z czego wynikają powyższe różnice, przeanalizowano wyrażenie $1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f$. Jest ono związane z zyskiem krańcowym przedsiębiorstw z tytułu zmiany stopy opodatkowania:

44 Dla kompletności analizy należałoby jeszcze rozważyć przypadek $1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f = 0$. Jednak w tej sytuacji rozmiary produkcji ukrytej byłyby niewrażliwe na zmiany stopy opodatkowania zysku (por. równanie (3.66)), co wydaje się kontryfakcyjne.

$$\Pi_f'(\tau) = -(1 - \alpha_s)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] \quad (3.67)$$

i determinuje znak powyższej pochodnej: dla pierwszego przypadku $\Pi_f'(\tau) > 0$, zaś w przypadku drugim $\Pi_f'(\tau) < 0$. Z jednej strony, wraz ze wzrostem stopy podatkowej maleją zyski netto przedsiębiorstw pochodzące z produkcji rejestrowanej, co przekłada się następnie na spadek ich łącznego zysku Π_f . Z drugiej natomiast, podniesienie opodatkowania zwiększa zasób przychodów podatkowych rządu, z których tworzony jest większy strumień dóbr i usług publicznych wzbogacających Π_f . Dodatnia lub ujemna wartość pochodnej (3.67) zależy zatem od tego, który z tych dwóch efektów przeważy. Dla przypadku drugiego rząd działa na tyle efektywnie, że jest w stanie rekompensować przedsiębiorstwom podwyżkę podatków odpowiednimi zwrotami w postaci dóbr i usług publicznych, a więc jednostki zachęczone wysoką jakością instytucji państwowych zmniejszą skalę aktywności w szarej strefie. Natomiast w przypadku pierwszym zwiększenie opodatkowania nie znajduje zadośćuczynienia w postaci zadawalających przedsiębiorstwa wydatków publicznych, co powoduje zwiększenie skali ich działalności nierejestrowanej. Należy przypuszczać, że w rzeczywistości częściej mamy do czynienia z przypadkiem pierwszym, zaś drugi stanowi konstrukt teoretyczny, prawdopodobnie nieosiągalny w rzeczywistych gospodarkach.

W rezultacie, w zależności od rozważanego przypadku, krzywa najlepszej reakcji przedsiębiorstw (3.65) jest funkcją rosnącą lub malejącą ze względu na τ_f . Co więcej, dla skrajnych wartości stopy podatkowej przyjmuje następujące wartości⁴⁵:

$$\tilde{\alpha}_s(0) = \frac{Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f}{2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f]} \quad (3.68)$$

oraz

$$\tilde{\alpha}_s(1) = \frac{Y_f(1 - \psi_f) - \lambda_f}{2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f]} \quad (3.69)$$

Dodatkowo, aby udział produkcji nierejestrowanej w łącznej produkcji przyjmował wartości sensowne ekonomicznie ($\alpha_s \in (0, 1)$), założono, że:

$$Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f > 0 \quad (3.70)$$

45 Podobnie jak dla krzywej najlepszej reakcji rządu, wartości skrajne dla $\tau_f = 1$ oraz $\tau_f = 0$ są wyznaczane wyłącznie w celu stworzenia wykresu tej krzywej, zostały one natomiast wyłączone z dopuszczalnego przedziału wartości, jakie może przyjmować stopa podatkowa.

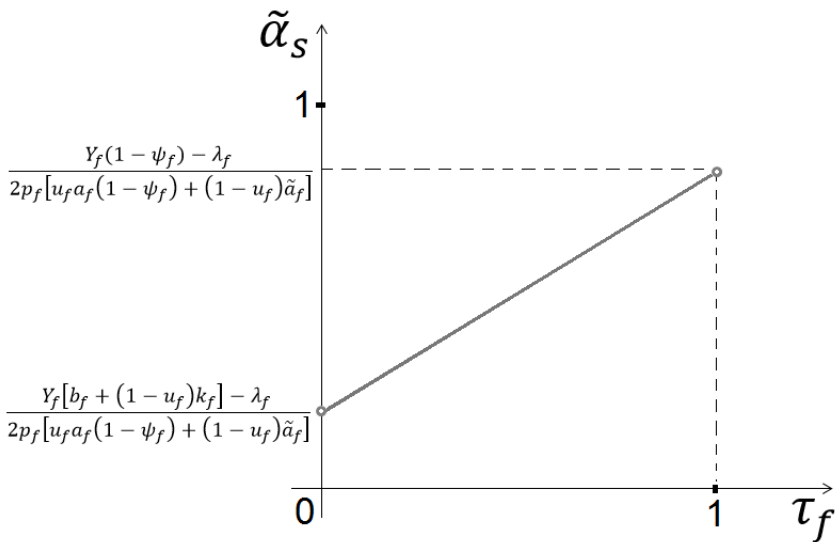
$$Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f < 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \quad (3.71)$$

$$Y_f(1 - \psi_f) - \lambda_f > 0 \quad (3.72)$$

oraz

$$Y_f(1 - \psi_f) - \lambda_f < 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \quad (3.73)$$

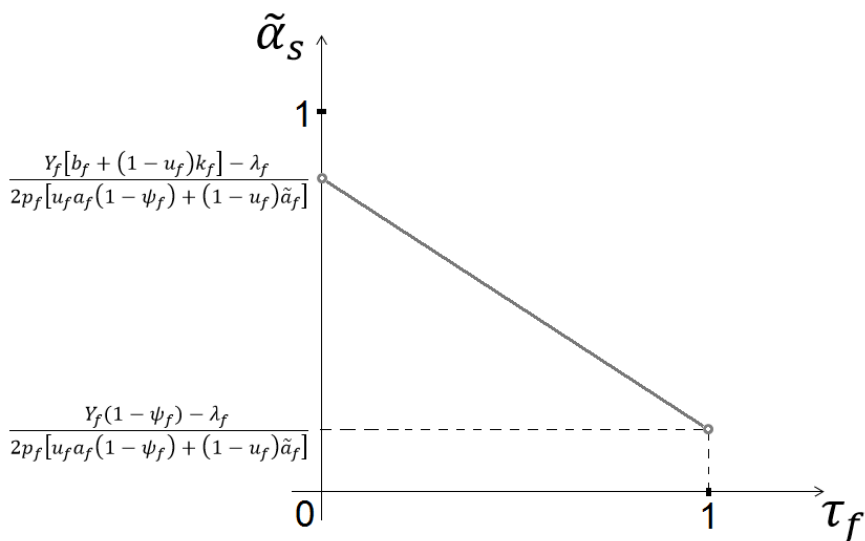
Warto jeszcze zaznaczyć, że dla przypadku pierwszego zachodzi $\tilde{\alpha}_s(0) < \tilde{\alpha}_s(1)$, zaś dla drugiego prawdziwa jest zależność przeciwna: $-\tilde{\alpha}_s(0) > \tilde{\alpha}_s(1)$. Wówczas krzywą najlepszej reakcji przedsiębiorstw (3.65), na podstawie analizy jej własności opisaną przez (3.66) oraz (3.68)–(3.69), a także przyjętych założeń (3.70)–(3.73)⁴⁶, można zilustrować dla przypadku pierwszego i drugiego za pomocą rys. 14 i 15.



Rysunek 14. Wykres krzywej najlepszej reakcji $\tilde{\alpha}_s$ przedsiębiorstw przy założeniu spełnienia warunków (3.70)–(3.73) dla przypadku pierwszego

Źródło: opracowanie własne.

46 Analogicznie jak w przypadku modelu pracy nieregulowanej, jeżeli któryś z warunków (3.62), (3.70)–(3.73) nie będzie spełniony, to nie wyklucza to, że zmienne decyzyjne w stanie równowagi Nasha będą przyjmowały akceptowalne ekonomicznie wartości. Jest to jednak zależne od układu wartości wszystkich parametrów modelu. Oczywiście krzywe reakcji będą miały wtedy inną postać niż ta pokazana na rys. 13–17. Przyjęcie założeń (3.62), (3.70)–(3.73) gwarantuje, że $\alpha_s^*, \tau_f^* \in (0, 1)$.



Rysunek 15. Wykres krzywej najlepszej reakcji $\tilde{\alpha}_s$ przedsiębiorstw przy założeniu spełnienia warunków (3.70)–(3.73) dla przypadku drugiego

Źródło: opracowanie własne.

3.3.4.3. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego – krok 3 i 4

Po maksymalizacji funkcji celu każdej z grup podmiotów osobno można przeprowadzić optymalizację całego zadania (3.54). Zarówno rząd, jak i przedsiębiorstwa znają już swoje funkcje najlepszej reakcji, a w związku z tym wiedzą, jak zareagować na konkretną decyzję drugiej grupy jednostek. Rząd (przedsiębiorstwo) wybierze taki poziom stopy opodatkowania zysku (produkcji nierejestrowanej), która będzie stanowić najlepszą odpowiedź na najkorzystniejsze z punktu widzenia przedsiębiorstw (rządu) rozmiary produkcji ukrytej (stopy opodatkowania). W wyniku tych wzajemnych interakcji w gospodarce ustali się równowaga Nasha zaproponowanego modelu.

Analityczne wyznaczenie stopy opodatkowania zysku τ_f^* , stanowiącej rozwiązanie zadania optymalizacyjnego, polega na podstawieniu do krzywej najlepszej reakcji rządu (3.57) krzywej przedsiębiorstw (3.65):

$$\tau_f = \frac{(1 - \eta_f)Y_f}{2\eta_f D_f(1 - \psi_f)} \cdot \left(1 - \frac{Y_f - \tau_f Y_f \psi_f - (1 - \tau_f)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f] - \lambda_f}{2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{\alpha}_f]} \right)$$

zaś to po przekształceniu pozwala wyznaczyć τ_f^* :

$$\tau_f^* = \frac{2(1-\eta_f)p_f Y_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2 [-b_f - (1-u_f)k_f] + (1-\eta_f)Y_f \lambda_f}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2 [1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \quad (3.74)$$

Analogicznie, podstawiając do wzoru (3.65) równania na krzywą najlepszej reakcji rządu (3.57), otrzymano:

$$\alpha_s = \frac{Y_f [b_f + (1-u_f)k_f] - \lambda_f + Y_f [1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]}{2p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f]} \cdot \frac{(1-\eta_f)(1-\alpha_s)Y_f}{2\eta_f D_f (1-\psi_f)}$$

co po drobnych przekształceniach prowadzi do wzoru na udział produkcji nierejestrowanej α_s^* , optymalizujący całe zadanie (3.54):

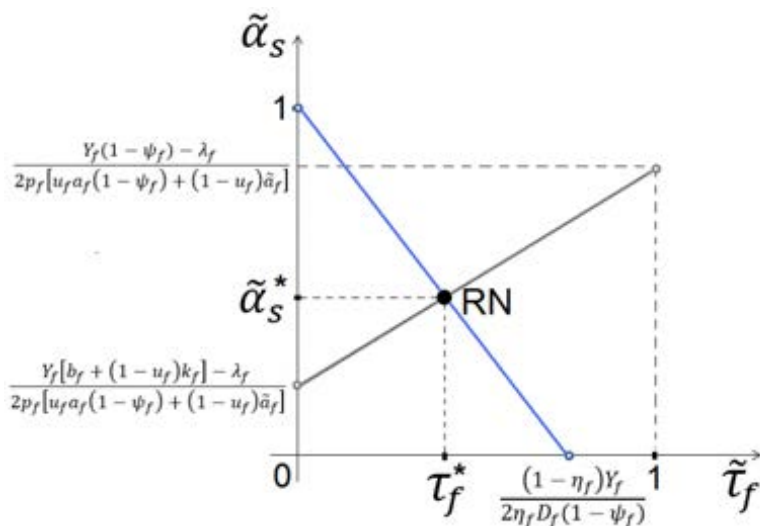
$$\alpha_s^* = \frac{2\eta_f D_f (1-\psi_f) [Y_f b_f + Y_f (1-u_f)k_f - \lambda_f] + (1-\eta_f)Y_f^2 [1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2 [1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \quad (3.75)$$

Dość prosto można wykazać⁴⁷, że na mocy przyjętych założeń (3.62) i (3.70)–(3.73) otrzymane równania przyjmują sensowne ekonomicznie wartości, tj. $\tau_f^*, \alpha_s^* \in (0, 1)$.

Graficzną ilustrację rozwiązania (τ_f^*, α_s^*) danego wzorami (3.74) i (3.75) stanowi punkt przecięcia⁴⁸ krzywej najlepszej reakcji rządu (3.57) i przedsiębiorstwa (3.65). Zostało to zaprezentowane dla obu przypadków (odpowiednio rosnącej i malejącej krzywej najlepszej reakcji przedsiębiorstw) na kolejnych rys. 16 i 17.

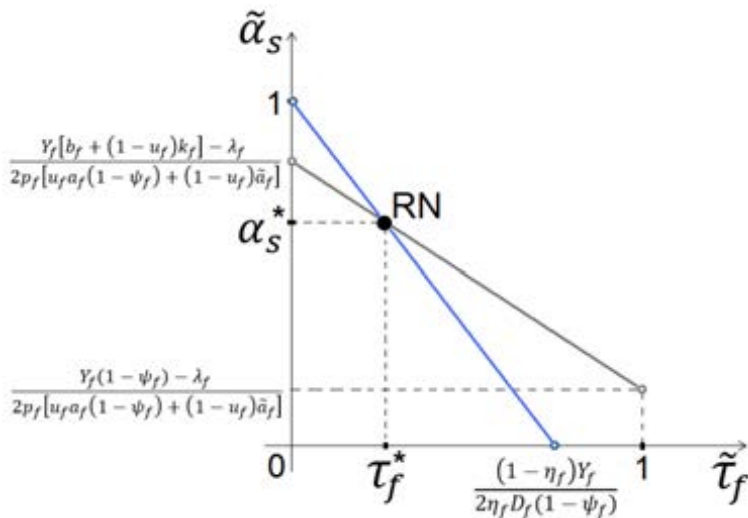
47 Stosowne obliczenia zamieszczono w załączniku 2.

48 Podobnie jak w modelu pracy nierejestrowanej, przy przyjętych założeniach krzywe najlepszej reakcji przecinają się wyłącznie w jednym punkcie (przypadek pokrywania lub równoległości krzywych nie jest możliwy). Oznacza to, że w modelu produkcji ukrytej również występuje dokładnie jedna równowaga Nasha.



Rysunek 16. Równowaga Nasha (RN) zadania optymalizacyjnego (3.54) dla pierwszego przypadku krzywej najlepszej reakcji przedsiębiorstw

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 17. Równowaga Nasha (RN) zadania optymalizacyjnego (3.54) dla drugiego przypadku krzywej najlepszej reakcji przedsiębiorstw

Źródło: opracowanie własne.

3.3.5. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha

Wyznaczenie w sposób analityczny stanu równowagi Nasha modelu produkcji nierejestrowanej umożliwia przeprowadzenie analizy jego wrażliwości. Statyka porównawcza dostarcza informacji o reakcji rozwiązania optymalnego (τ_f^*, α_s^*) na zmianę pojedynczego parametru modelu. Pozwala to porównać dwie prawie identyczne gospodarki, które różnią się wyłącznie wartością jednego parametru i określić, w której z nich wystąpi większa skala aktywności nierejestrowanej oraz czy w takiej gospodarce stopa opodatkowania będzie wyższa czy niższa. Dla przypomnienia, równowaga Nasha modelu ma postać:

$$\begin{cases} \tau_f^* = \frac{2(1-\eta_f)p_f Y_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[-b_f - (1-u_f)k_f] + (1-\eta_f)Y_f \lambda_f}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \\ \alpha_s^* = \frac{2\eta_f D_f (1-\psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1-u_f)k_f - \lambda_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \end{cases} \quad (3.76)$$

zaś dla uproszczenia zapisu licznik τ_f^* , licznik α_s^* oraz mianownik obu wyrażeń oznaczono kolejno jako:

$$\begin{aligned} N_{\tau_f^*} &= 2(1-\eta_f)p_f Y_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f \{Y_f[-b_f - (1-u_f)k_f] + \lambda_f\} \\ N_{\alpha_s^*} &= 2\eta_f D_f (1-\psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1-u_f)k_f - \lambda_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f] \\ M_f &= 4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f] \end{aligned}$$

We wzorach na (τ_f^*, α_s^*) pojawiają się następujące parametry: $p_f, a_f, \tilde{a}_f, \eta_f, \lambda_p, D_p, b_p, k_p, u_p, Y_f$ oraz ψ_f , a zatem badano, jaką reakcję stanu równowagi (3.76) spowoduje:

I. Zmiana wartości parametru p_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial p_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 2(1-\eta_f)Y_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial p_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 4\eta_f D_f (1-\psi_f) [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] < 0$$

Parametr p_f pojawił się w funkcji oczekiwanej kary P_f i informował o skuteczności organów ścigania. Wraz ze wzrostem efektywności organów kontrolnych rośnie

możliwość wykrycia produkcji ukrytej, więc staje się ona aktywnością bardziej ryzykowną. Otrzymane wyniki zdają się zatem potwierdzać intuicję ekonomiczną – wzrost p_f prowadzi do ograniczania przez przedsiębiorstwa skali działalności nierejestrowanej w celu niwelowania zagrożenia związanego z jej dostrzeżeniem i penalizacją. W zaistniałej sytuacji rząd może sobie pozwolić na podniesienie stopy opodatkowania zysku.

II. Zmiana wartości parametru a_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial a_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 2Y_f(1-\eta_f)p_f u_f(1-\psi_f) > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial a_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 4\eta_f D_f(1-\psi_f)p_f u_f(1-\psi_f) < 0$$

Parametr a_f z funkcji kary P_f odzwierciedla wysokość ustawowej grzywny nakładanej przez uczciwych urzędników na przedsiębiorstwo, które zostało przyłapane na wytwarzaniu produkcji ukrytej. Jeżeli więc wysokość grzywny wzrośnie, podniesieniu ulega oczekiwana przez firmy kara za prowadzenie działalności nierejestrowanej. W rezultacie, w celu niwelowania strat przedsiębiorstwa zmniejszą udział produkcji ukrytej α_s w łącznym procesie wytwórczym. Zwiększenie zaś skali aktywności w sferze oficjalnej umożliwi rządowi podniesienie stopy opodatkowania zysku τ_f .

III. Zmiana wartości parametru \tilde{a}_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \tilde{a}_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 2(1-\eta_f)(1-u_f)Y_f p_f > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \tilde{a}_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\alpha_s^*} \cdot 4\eta_f D_f(1-\psi_f)p_f(1-u_f) < 0$$

Parametr \tilde{a}_f związany był ze zjawiskiem korupcji w szarej strefie gospodarki. Stanowił on wysokość łapówki, jakiej żądają skorumpowani urzędnicy, którzy wykryli ślady produkcji ukrytej w danym przedsiębiorstwie podczas przeprowadzanej inspekcji. Jeżeli więc roszczenia finansowe nieuczciwych urzędników rosną (przy innych czynnikach niezmiennych), to wzrasta wysokość oczekiwanej grzywny, jaką firma musi zapłacić za wytwarzanie produkcji ukrytej. Analogicznie zatem jak dla a_f , w celu niwelowania strat przedsiębiorstwo ograniczy proces wytwórczy w szarej strefie, dzięki czemu rząd będzie mógł sobie pozwolić na podniesienie stopy opodatkowania zysku.

IV. Zmiana wartości parametru η_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \eta_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\tau_f^*} \cdot 4D_f p_f (1-\psi_f) [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f) \tilde{a}_f] \frac{1}{1-\eta_f} < 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\tau_f^*} \cdot 2D_f (1-\psi_f) Y_f [1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f] \frac{1}{1-\eta_f}$$

– dla przypadku pierwszego ($\psi_f < 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$) zachodzi $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} < 0$

– dla przypadku drugiego ($\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$) zachodzi $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} > 0$

Parametr η_f odzwierciedlał stopień demokratyczności sprawowanej przez rząd władzy. Im wyższą przyjmował wartość, tym bardziej demokratyczny system panował w danej gospodarce. Jeżeli więc η_f wzrośnie, to zwiększy się rola preferencji przedsiębiorstw w procesie decyzyjnym rządu. W rezultacie rząd, aby zadowolić swoich wyborców, zmniejszy wysokość opodatkowania zysku, gdyż ciężar podatkowy determinuje poparcie firm dla jego polityki gospodarczej. Dla pierwszego przypadku niższa stopa opodatkowania zysku zwiększy atrakcyjność sektora oficjalnego gospodarki i zachęci przedsiębiorstwa do zwiększenia produkcji rejestrowanej. Natomiast w drugim przypadku rząd działa na tyle efektywnie, że jest w stanie generować bardzo wysoki strumień dóbr i usług publicznych. Zmniejszenie opodatkowania obniży zatem pulę środków, która służy do tworzenia owych użytecznych wydatków publicznych, co zmniejszy znacznie ich wielkość i ograniczy atrakcyjność sfery oficjalnej, zachęcając przedsiębiorstwa do zwiększenia produkcji ukrytej.

V. Zmiana wartości parametru λ_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \lambda_f} = \frac{1}{M_f} \cdot (1-\eta_f) Y_f > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \lambda_f} = -\frac{1}{M_f} \cdot 2\eta_f D_f (1-\psi_f) < 0$$

Parametr λ_f związany był z dostępem do strumienia dóbr i usług publicznych przedsiębiorstw, które wytwarzają pewien udział produkcji ukrytej. Im wyższą przyjmował wartość, tym większe było ograniczenie stwarzane firmom w możliwości wykorzystania wydatków publicznych. Jeżeli zatem λ_f wzrośnie, przedsiębiorstwa, w celu redukcji utraty dostępu do strumienia dóbr i usług publicznych, zmniejszą udział produkcji ukrytej w łącznym procesie wytwórczym. Natomiast rząd, na skutek zwiększenia skali aktywności rejestrowanej, podniesie stopę opodatkowania zysku.

VI. Zmiana wartości parametru D_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial D_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\tau_f^*} \cdot 4\eta_f(1-\psi_f)p_f[u_f a_f(1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] < 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} = -\frac{1}{M_f^2} \cdot N_{\tau_f^*} \cdot 2\eta_f(1-\psi_f)Y_f[1-b_f - (1-u_f)k_f + \psi_f]$$

– dla przypadku pierwszego ($\psi_f < 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$) zachodzi $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} < 0$

– dla przypadku drugiego ($\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$) zachodzi $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} > 0$

Parametr D_f pojawił się w funkcji celu rządu, gdzie służył do przeliczania jednostek związanych z preferencjami rządu i preferencjami przedsiębiorstw. Jest to zatem parametr typowo techniczny, nieposiadający sensownej ekonomicznie interpretacji. Zgodnie z uzyskanymi wynikami w tej gospodarce, w której przyjmuje on wyższą wartość, należy się spodziewać niższej stopy opodatkowania zysku i mniejszego udziału produkcji ukrytej (dla przypadku pierwszego) lub wyższego udziału produkcji nierejestrowanej (dla przypadku drugiego).

VII. Zmiana wartości parametru b_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial b_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot (1-\eta_f)Y_f^2(N_{\tau_f^*} - M_f) < 0$$

gdyż $N_{\tau_f^*} < M_f$ (por. załącznik 2);

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_s^*}{\partial b_f} &= \frac{1}{M_f^2} \cdot 4\eta_f Y_f D_f (1-\psi_f) p_f [u_f a_f (1-\psi_f) - (1-u_f)\tilde{a}_f] [2\eta_f D_f (1-\psi_f) - (1-\eta_f)Y_f] + \\ &+ \frac{1}{M_f^2} \cdot 2\eta_f (1-\eta_f) Y_f^2 D_f (1-\psi_f) [Y_f (1-\psi_f) - \lambda_f] > 0 \end{aligned}$$

co wynika z własności (3.62) i (3.72).

Parametr b_f stanowił stopę biurokratyczną. Wraz ze wzrostem jego wartości rośnie ilość czasu, jaką przedsiębiorcy muszą spędzić w urzędach na wypełnianiu formalności związanych z prowadzeniem zarejestrowanej aktywności gospodarczej. W rezultacie szara strefa, jako wolna od obciążeń biurokratycznych, staje się bardziej atrakcyjna gospodarczo, co zachęca przedsiębiorstwa do zwiększenia udziału produkcji ukrytej. Rząd w celu zatrzymania przechodzenia jednostek do sektora nieoficjalnego obniży stopę opodatkowania, aby podnieść konkurencyjność sfery rejestrowanej.

VIII. Zmiana wartości parametru k_f :

$$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial k_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot (1 - \eta_f) Y_f^2 (1 - u_f) (N_{\tau_f^*} - M_f) < 0$$

gdyż $N_{\tau_f^*} < M_f$ (por. załącznik 2);

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_s^*}{\partial k_f} &= \frac{1}{M_f^2} \cdot 2\eta_f (1 - \eta_f) D_f Y_f^2 (1 - \psi_f) (1 - u_f) [Y_f (1 - \psi_f) - \lambda_f] + \\ &+ \frac{1}{M_f^2} \cdot 4\eta_f D_f Y_f (1 - \psi_f) (1 - u_f) p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f] \cdot \\ &\cdot [2\eta_f D_f (1 - \psi_f) - (1 - \eta_f) Y_f] > 0 \end{aligned}$$

co wynika z własności (3.62) i (3.72).

Parametr k_f związany był z korupcją w sferze oficjalnej gospodarki. Jeżeli przedsiębiorstwo podczas wypełniania wymogów biurokratycznych natrafiło na nieuczciwego urzędnika, zmuszone było zapłacić mu łapówkę (której udział w zyskach firmy stanowi k_f) w zamian za wypełnienie przez niego swoich obowiązków służbowych. Zwiększenie roszczeń łapówkarskich skorumpowanych urzędników przyczynia się więc do wzrostu kosztów prowadzenia procesu produkcyjnego w sferze oficjalnej, a zatem zmniejsza jej atrakcyjność. W rezultacie skala produkcji ukrytej wzrośnie, zaś rząd, aby zatrzymać zmiany dokonujące się w procesie wytwórczym w firmach, obniży stopę opodatkowania.

IX. Zmiana wartości parametru u_f :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_f^*}{\partial u_f} &= \frac{1}{M_f^2} \cdot 2(1 - \eta_f) Y_f^2 k_f p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f] [2\eta_f D_f (1 - \psi_f) - (1 - \eta_f) Y_f] + \\ &+ \frac{1}{M_f^2} \cdot 2(1 - \eta_f) Y_f p_f [a_f (1 - \psi_f) - \tilde{a}_f] \cdot N_{\alpha_s^*} + \frac{1}{M_f^2} \cdot (1 - \eta_f)^2 Y_f^3 k_f [Y_f (1 - \psi_f) - \lambda_f] > 0 \end{aligned}$$

co wynika z własności (3.62) i (3.72) oraz założenia, że $a_f (1 - \psi_f) - \tilde{a}_f > 0$;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_s^*}{\partial u_f} &= -\frac{1}{M_f^2} \cdot 4\eta_f D_f (1 - \psi_f) Y_f k_f p_f [u_f a_f (1 - \psi_f) + (1 - u_f) \tilde{a}_f] \cdot \\ &\cdot [2\eta_f D_f (1 - \psi_f) - (1 - \eta_f) Y_f] + \\ &- \frac{1}{M_f^2} \cdot 2\eta_f (1 - \eta_f) D_f Y_f^2 k_f (1 - \psi_f) [Y_f (1 - \psi_f) - \lambda_f] + \\ &- \frac{1}{M_f^2} \cdot 4\eta_f D_f (1 - \psi_f) p_f [a_f (1 - \psi_f) - \tilde{a}_f] \cdot N_{\alpha_s^*} < 0 \end{aligned}$$

co wynika z własności (3.62) i (3.72) oraz założenia, że $a_f (1 - \psi_f) - \tilde{a}_f > 0$.

Parametr u_f informował o udziale uczciwych urzędników w gospodarce. Jeżeli szansa przedsiębiorstwa na natrafienie na praworządnego urzędnika podczas wypełniania formalności biurokratycznych w urzędach wzrosnie, to oczekiwane koszty związane z wytwarzaniem produkcji rejestrowanej zmaleją. Zachęci to firmy do ograniczenia produkcji ukrytej na rzecz aktywności w sektorze rejestrowanym. Jednocześnie zwiększenie szansy przedsiębiorstwa na natrafienie na uczciwego inspektora w szarej strefie prowadzi do zwiększenia oczekiwanej kary za wytwarzanie produkcji ukrytej. W rezultacie następuje dalsze podniesienie atrakcyjności sfery oficjalnej gospodarki, które umożliwia rządowi podwyższenie stopy opodatkowania zysku w celu zwiększenia puli przychodów budżetowych.

X. Zmiana wartości parametru Y_f :

$$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial Y_f} = \frac{1}{M_f^2} \cdot 2(1 - \eta_f) Y_f [1 - b_f - (1 - u_f) k_f - \psi_f] \cdot (M_f - N_{\alpha_s^*}) + \frac{1}{M_f^2} \cdot 2\eta_f D_f (1 - \psi_f) [b_f + (1 - u_f) k_f] \cdot M_f > 0$$

co jest spełnione dla przypadku pierwszego.

Parametr Y_f stanowił wysokość łącznego zysku wypracowanego przez przedsiębiorstwa zarówno w sektorze oficjalnym, jak i szarej strefie. Wzrost jego wartości powoduje przesunięcia krzywych reakcji (jak wynika ze wzorów (3.57) i (3.65)). Na zmienne decyzyjne oddziałują dwa efekty. Z jednej strony, wzrost Y_f przekłada się na bezpośredni wzrost α_s^* w pierwszym przypadku. Z drugiej strony, podniesienie Y_f wpływa dodatnio na wielkość obciążeń podatkowych, które z kolei zniechęcają przedsiębiorstwa do ujawniania części swoich zysków. W rezultacie rząd, w celu zmniejszenia rozmiarów produkcji ukrytej, obniża stopę podatkową. Ostateczny wpływ zwiększenia Y_f na τ_f^* zależy więc od siły działania obu efektów. W drugim przypadku podniesienie łącznego zysku ma niejednoznaczny wpływ na obie zmienne decyzyjne i zależy od układu wartości pozostałych parametrów.

XI. Zmiana wartości parametru ψ_f :

Parametr ψ_f został wprowadzony jako miernik efektywności rządu i informował, jaka część zapłaconych przez przedsiębiorstwa podatków od zysku i grzywien za produkcję ukrytą wraca do nich pod postacią dóbr i usług publicznych. Jego wzrost wywołuje niejednoznaczne efekty zmian obu zmiennych decyzyjnych,

a w związku z tym nie można określić znaku pochodnych $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \psi_f}$ i $\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \psi_f}$.

Podsumowanie analizy wrażliwości zaprezentowano w tab. 7.

Tabela 7. Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha dla modelu produkcji nierejestrowanej

		Przypadek pierwszy		Przypadek drugi	
		zmienne		zmienne	
		α_s^*	τ_f^*	α_s^*	τ_f^*
Parametry	p_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial p_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial p_f} > 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial p_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial p_f} > 0$
	a_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial a_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial a_f} > 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial a_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial a_f} > 0$
	\tilde{a}_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \tilde{a}_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \tilde{a}_f} > 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \tilde{a}_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \tilde{a}_f} > 0$
	η_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \eta_f} < 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \eta_f} < 0$
	λ_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \lambda_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \lambda_f} > 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \lambda_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \lambda_f} > 0$
	D_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} < 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial D_f} < 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial D_f} < 0$
	b_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial b_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial b_f} < 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial b_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial b_f} < 0$
	k_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial k_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial k_f} < 0$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial k_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial k_f} < 0$
	u_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial u_f} < 0^i$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial u_f} > 0^i$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial u_f} < 0^i$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial u_f} > 0^i$
	Y_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial Y_f} > 0$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial Y_f} = ?$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial Y_f} = ?$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial Y_f} = ?$
	ψ_f	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \psi_f} = ?$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \psi_f} = ?$	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \psi_f} = ?$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial \psi_f} = ?$

ⁱ Przy dodatkowym założeniu: $a_f(1 - \psi_f) - \tilde{a}_f > 0$.

Źródło: obliczenia własne.

3.4. Uwagi końcowe

Zaprezentowane w tym rozdziale wnioski mają charakter teoretyczny i są słuszne w ramach przyjętych założeń modelowych. W następnym rozdziale zostanie dokonana próba sprawdzenia możliwości aplikacyjnych modeli przy użyciu metod kalibracji wartości tych parametrów, których nie można przybliżyć żadnym istniejącym wskaźnikiem. Baza danych zostanie szczegółowo omówiona, a w szczególności zostaną zaakcentowane liczne problemy związane z wiarygodnością i jakością empiryczną przyjętych mierników. Po wykonaniu kalibracji zostaną przeprowadzone przykładowe analizy scenariuszowe dla polskiej gospodarki, stanowiące egzemplifikację możliwości aplikacji empirycznych konstruowanych modeli. Warto raz jeszcze podkreślić, że ze względu na dyskusyjność badań empirycznych ważne jest, aby rozwijać podstawy teoretyczne dalszych analiz.

Rozdział 4

Kalibracja parametrów modelu pracy nierejestrowanej i modelu produkcji ukrytej

4.1. Wprowadzenie

W tym rozdziale zostaną zaprezentowane wyniki analizy empirycznej dla Polski, przeprowadzonej na podstawie modelu pracy nierejestrowanej oraz modelu produkcji ukrytej, opisanych w rozdziale trzecim. Aby te analizy przeprowadzić, niezbędne było znalezienie mierników poszczególnych zmiennych decyzyjnych oraz wszystkich parametrów występujących w równaniach stanu równowagi Nasha. Szczegółowy wykaz poszukiwanych wskaźników przedstawiono w podrozdziałach 4.2 i 4.4, poświęconym osobno modelom pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej.

Warto w tym miejscu nadmienić, że wszelkie badania empiryczne prowadzone nad zjawiskiem szarej strefy gospodarki należy traktować z dużą dozą ostrożności. Jest to związane ze specyfiką tego zjawiska i dążeniem jednostek do zatajania faktycznie prowadzonej aktywności gospodarczej. Dlatego też wszelkie próby szacowania skali nierejestrowanej działalności gospodarczej generują mierniki o wątpliwej jakości i bywają ostro krytykowane w literaturze ekonomicznej¹. Podobny problem dotyczy wskaźników determinant szarej strefy gospodarki – wśród nich często wymienia się także czynniki trudno mierzalne, takie jak korupcja, biurokracja, *tax morale* społeczeństwa, jakość instytucji publicznych itp. W literaturze można znaleźć wiele propozycji ich szacowania. Wzbudzają one jednak kontrowersje dotyczące swoich własności aplikacyjnych i jakości generowanych na ich podstawie wyników.

Dyskusyjne i rodzące niepewne wyniki mierniki zmuszają do refleksji nad zasadnością prowadzenia analiz empirycznych nad zjawiskiem nierejestrowania działalności gospodarczej. Autorce wydaje się jednak, że zjawisko szarej strefy odgrywa na tyle ważną rolę w gospodarce, iż badania, które przybliżają nas choć trochę do zrozumienia istoty tego zagadnienia, mechanizmów jego

¹ Problem szacunku szarej strefy gospodarki został szczegółowo omówiony w podrozdziale 1.2.

kształtowania się, determinant i siły ich oddziaływania, są warte realizacji. Jednak nie można przy tym zapomnieć o ostrożności interpretacyjnej dotyczącej otrzymanych rezultatów.

Ze względu na powyższe wątpliwości, badania empiryczne poprzedzi szczegółowy opis zbieranej bazy danych, dokładnie objaśnione zostaną wykorzystywane mierniki zmiennych i parametrów, ze szczególnym zaakcentowaniem ich słabych stron aplikacyjnych.

4.2. Dane dotyczące modelu pracy nierejestrowanej

Dla przypomnienia, wzór (3.43) na równowagę Nasha (τ^*, L_s^*) modelu pracy nierejestrowanej miał następującą postać:

$$\begin{cases} \tau^* = \frac{(1-\eta)[2w_r pa(1-\psi) - w_r w_s + w_r^2(1-b) + \lambda w_r + m w_r]}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \\ L_s^* = \frac{2\eta D(1-\psi)[w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)}{4\eta pa D(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)} \end{cases}$$

W celu przeprowadzenia na jego podstawie analiz empirycznych konieczne jest wyznaczenie wartości zmiennych:

- a) rozmiarów pracy nierejestrowanej $L_s^* \in (0, 1)$;
- b) stopy opodatkowania dochodów gospodarstw domowych $\tau^* \in (0, 1)$;

oraz następujących parametrów:

- c) przeciętnego wynagrodzenia za pracę rejestrowaną $w_r \in (0, \infty)$;
- d) przeciętnego wynagrodzenia za pracę nierejestrowaną $w_s \in (0, \infty)$;
- e) efektywności organów kontrolnych $p \in (0, 1)$;
- f) wysokości grzywny za świadczenie pracy „na czarno” $a \in (0, \infty)$;
- g) stopy biurokratycznej $b \in [0, 1)$;
- h) *tax morale* społeczeństwa $m \in [0, \infty)$;
- i) efektywności rządu w kreowaniu dóbr i usług publicznych $\psi \in [0, 1]$;
- j) stopnia demokratyczności rządu $\eta \in (0, 1)$;
- k) ograniczenia w dostępie do dóbr i usług publicznych dla gospodarstw domowych pracujących „na czarno” $\lambda \in (0, \infty)$;
- l) parametru technicznego służącego do przeliczania wartości w funkcji celu rządu $D \in (0, \infty)$.

Skonstruowany model pracy nierejestrowanej był statyczny, w związku z czym wszystkie dane, które zostaną wykorzystane w analizie empirycznej zebrano za okres 2004–2015 (w miarę ich dostępności) i uśredniono. Pozwoli to wyeliminować problem wątpliwych mierników dynamiki zmian oraz uwzględnić długo-okresowy charakter determinant szarej strefy (por. podrozdziały 1.2 i 3.1).

4.2.1. Rozmiary pracy nierejestrowanej

Dane dotyczące pracy nierejestrowanej zostały zaczerpnięte z szacunków wykonywanych przez Główny Urząd Statystyczny w Polsce. Zgodnie z aktualnie obowiązującym systemem rachunków narodowych ESA2010, GUS ma obowiązek, w celu zapewnienia kompletności szacunków PKB, uwzględniania w rachunkach narodowych Polski również gospodarki nieobserwowanej. Obecnie obliczane są wielkości jej dwóch komponentów: szarej gospodarki i działalności nielegalnej². W skład rozmiarów szarej gospodarki wchodzi produkcja ukryta w rejestrowanych podmiotach gospodarczych oraz – co istotne z punktu widzenia prowadzonej analizy – aktywność gospodarcza osób fizycznych z tytułu wykonywania pracy nierejestrowanej. To właśnie te ostatnie dane zostały wykorzystane jako miernik pracy nierejestrowanej w Polsce³.

Szacunki szarej gospodarki z tytułu wykonywania pracy nierejestrowanej prezentowane są corocznie w *Rachunkach narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych*⁴. Tworzone są one na podstawie badania rynku pracy, obejmującego BAEL, badanie modułowe pracy nierejestrowanej⁵ oraz analizę statystyk zatrudnienia. Ostatnia z wymienionych jest metodą rezydualną, polegającą na porównaniu oficjalnych sprawozdań statystycznych zatrudnienia składanych przez przedsiębiorstwa ze statystykami BAEL i zestawieniu liczby bezrobotnych zareje-

2 Zgodnie z szacunkami GUS, działalność nielegalna w Polsce stanowi ok. 0,75% PKB i od 2010 r. jest uwzględniana w rachunkach narodowych gospodarki oraz wliczana do PKB. W prezentowanym badaniu należałoby zatem pomniejszyć PKB o działalność nielegalną i wówczas dopiero policzyć udział szarej gospodarki w zmodyfikowanym PKB. Jednak ze względu na niewielkie wartości towarzyszące zjawisku działalności nielegalnej oraz niedokładności związane z jego oszacowaniem, zdecydowano się nie korygować udziału szarej gospodarki w PKB za lata 2010–2013 (przykładowo, w 2013 r. korekta pomniejszyłaby szarą gospodarkę zaledwie o ok. 0,11 p.p.).

3 Opis badania prowadzonego przez GUS został sporządzony na podstawie uwag metodologicznych zawartych w Aneksie 3 w *Rachunkach narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2010–2013* (zob. *Rachunki narodowe [...] 2010–2013*).

4 Łączne szacunki szarej gospodarki są dokonywane przy wykorzystaniu czterech metod: metody kieleckiej, metod opartych na badaniu rynku pracy, badaniu ankietowym konsumentów oraz szacunkach działalności związanej ze świadczeniem usług seksualnych (por. *Rachunki narodowe [...] 2010–2013*).

5 Badanie modułowe pracy nierejestrowanej zostało w Polsce przeprowadzone czterokrotnie – w roku 2004, 2009, 2010 i 2014.

strowanych w urzędach pracy z bezrobotnymi według definicji BAEL (Cichocki, 2006). Pozostałe dwie metody badania rynku pracy opierają się na bezpośrednich metodach obliczania wielkości pracy nierejestrowanej – polegają na ankietowaniu osób osobiście zaangażowanych w aktywność ukrytą. Wylosowane jednostki mogą wątpić w anonimowość przeprowadzanego badania i obawiać się konsekwencji udzielenia prawdziwych informacji o swoim stosunku pracy, dlatego należy się spodziewać, że tak powstałe mierniki są mocno niedoszacowane. To przypuszczenie zdaje się potwierdzać porównanie szacunków szarej gospodarki otrzymywanych przez GUS z wielkościami uzyskanymi za pomocą innych metod, np. MIMIC (por. podrozdział 1.2). Jednak ze względu na to, że każda metoda obciążona jest pewnymi wadami, zaś obiektywny sposób wybrania najlepszej z nich nie istnieje, trudno jednoznacznie wskazać, czy to GUS zaniża skalę aktywności nierejestrowanej, czy też oszacowania uzyskane innymi metodami są zawyżone.

Warto jeszcze nadmienić, iż do pracy nierejestrowanej GUS wlicza również świadczone usługi seksualne, które zgodnie z obowiązującym w Polsce prawem są legalne, zaś czerpanie korzyści finansowych z prostytucji osób trzecich (sutenerstwo) zaliczane jest już do działalności nielegalnej (por. *Rachunki narodowe [...] 2010–2013*).

Dane dotyczące wielkości pracy nierejestrowanej w Polsce, zebrane na podstawie różnych *Rachunków narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych* opisujących wyniki gospodarki za lata 2000–2013, zaprezentowano w tab. 8. Obliczona średnia szacunków pracy „na czarno” za lata 2004–2013, ujęta w ostatniej kolumnie, zostanie wykorzystana do dalszych analiz empirycznych.

Tabela 8. Szacunki pracy nierejestrowanej w Polsce [% PKB] w latach 2004–2013

Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Średnia
Praca nierejestrowana [% PKB]	4,3	4,2	4	3,6	3,5	3,5	3,3	3,5	3,7	3,9	3,8

Źródło: *Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych...*, GUS, dane za lata 2004–2013.

4.2.2. Stopa podatkowa

Rozważając opodatkowanie dochodów gospodarstw domowych w Polsce, należy pamiętać, że poszukiwany jest wskaźnik, który uwzględni oprócz podatku dochodowego również paraopodatkowanie związane ze składkami na ubezpieczenia społeczne – emerytalnym, rentowym, chorobowym i zdrowotnym. Nie można zatem mieć na uwadze wyłącznie podatku PIT, gdyż nie uwzględni on wspo-

mnianych składek. W związku z tym w niniejszym badaniu zdecydowano się skorzystać z szacunków klina podatkowego.

Klin podatkowy to iloraz różnicy między kosztami pracy a wynagrodzeniem netto pracownika w stosunku do kosztów pracy. Uwzględnia on więc koszty zapłacowe, w tym składki na ubezpieczenie społeczne, które płacone są zarówno przez pracownika, jak i pracodawcę. Do opisywanego badania poszukiwany jest wskaźnik, który uwzględniałby wyłącznie obciążenia pracownika (tu: gospodarstw domowych), dlatego lepszym miernikiem byłby stosunek różnicy między wynagrodzeniem brutto i netto do wynagrodzenia brutto. Jednak z powodu braku oficjalnych danych dotyczących przeciętnego wynagrodzenia netto w polskiej gospodarce taki wskaźnik pozostaje niedostępny. W związku z tym zdecydowano się na wykorzystanie szacunków klina podatkowego.

Wysokość klina podatkowego została zaczerpnięta z baz danych Komisji Europejskiej⁶. Został on wyznaczony dla pracownika średnio uposażonego (zarabiającego 100% średnich zarobków w kraju) oraz bezdzietnego, w celu wykluczenia możliwości korzystania z ulg, np. prorodzinnych. Dane dla Polski za lata 2004–2015 zawarto w tab. 9.

Tabela 9. Klin podatkowy [%] w Polsce dla bezdzietnego pracownika zarabiającego średnią krajową zarobków

Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	Średnia 2004–2015
Klin podatkowy [%]	36,8	37,1	37,4	36,9	33,6	33,2	
Rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	35,0
Klin podatkowy [%]	33,3	33,4	34,6	34,7	34,8	34,9	

Źródło: Komisja Europejska, bazy danych za lata 2004–2015.

4.2.3. Wynagrodzenie w sferze oficjalnej

Jako miernik wynagrodzeń z pracy rejestrowanej przyjęto przeciętne miesięczne wynagrodzenia brutto w gospodarce narodowej, które są szacowane dla Polski przez GUS⁷. Wartości wynagrodzeń podawane są w cenach bieżących, a w związku z tym zostały one urealnione za pomocą wskaźnika CPI i wyrażone w cenach stałych z roku 2014. Wartość skorygowanych przeciętnych wynagrodzeń zaprezentowano w tab. 10.

6 http://ec.europa.eu/economy_finance/db_indicators/tab [dostęp: 22.04.2016].

7 <http://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rynek-pracy/pracujacy-zatrudnieni-wynagrodzenia-koszty-pracy/przecietne-miesieczne-wynagrodzenie-w-gospodarce-narodowej-w-latach-1950-2015,2,1.html> [dostęp: 7.03.2016].

Tabela 10. Przeciętne miesięczne wynagrodzenia brutto [zł] w gospodarce narodowej w cenach stałych z roku 2014

Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	Średnia 2004–2015
Przeciętne wynagrodzenie	2922,37	2975,67	3066,20	3249,59	3411,63	3474,38	
Rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	3424,87
Przeciętne wynagrodzenie	3519,50	3557,03	3553,37	3650,06	3783,46	3935,20	

Źródło: obliczenia własne na podstawie baz danych GUS.

Należy jeszcze wspomnieć, że lepszym miernikiem wysokości płac otrzymywanych przez typowe gospodarstwo domowe od przeciętnych wynagrodzeń w gospodarce byłaby ich mediana. Tutaj znów jednak pojawia się problem dostępności danych. Co prawda, GUS szacuje również medianę zarobków, jednak takie obliczenia publikowane są co dwa lata, co więcej – ich tworzenie opiera się na zupełnie innej metodologii (badaniu struktury wynagrodzeń według zawodów) aniżeli w przypadku średnich wynagrodzeń⁸. Przede wszystkim mediana wyznaczana jest tylko za jeden miesiąc – październik, co nie odwzorowuje jej rzeczywistej wartości w całym roku. Oprócz tego w badaniu uczestniczą wyłącznie podmioty gospodarcze o liczbie pracujących większej niż dziewięć osób (*Struktura wynagrodzeń...*, 2015), a zatem z analizy zostały wykluczone mikroprzedsiębiorstwa, które stanowią zdecydowaną większość wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych w gospodarce⁹. W związku z powyższymi wątpliwościami w niniejszym badaniu zdecydowano się przyjąć jednak średnią, a nie medianę wynagrodzeń uzyskiwanych w gospodarce.

4.2.4. Wynagrodzenie w szarej strefie

Z oczywistych względów poszukiwanie danych dotyczących płac w szarej strefie było dużo trudniejszym zadaniem, aniżeli znalezienie wysokości przeciętnych dochodów w sferze oficjalnej. I choć pewne wskaźniki zarobków nierejestrowanych są tworzone¹⁰, to do każdej takiej próby szacowania wynagrodzeń za pracę

8 Można przypuszczać, że szacunki mediany obliczone w ramach badania struktury wynagrodzeń według zawodów są zawyżone. Na przykład na podstawie tej metodologii obliczono, iż przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w październiku w 2014 r. w cenach bieżących wyniosło 4107,72 zł, podczas gdy szacunki przeciętnych miesięcznych wynagrodzeń w gospodarce narodowej za rok 2014 przeprowadzane standardową metodą wskazują na 3783,46 zł.

9 Przykładowo, w 2013 r. mikroprzedsiębiorstwa stanowiły 95,62% wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce (por. *Małe i średnie przedsiębiorstwa...*, 2015).

10 Przykładowe badanie, w którym szacowano wysokość dochodów z szarej strefy można znaleźć w pracy Kudryckiej i Radziukiewicz (2001).

nierejestrowaną należy podchodzić z dużą dozą ostrożności i sceptycyzmu badawczego. Tym niemniej, stanowią one pewne przybliżenie (choć trudno określić, jak dobre) dochodów osiągniętych z pracy „na czarno”.

W tej monografii posłużono się wynikami pochodzącymi z badania modułowego „Praca nierejestrowana” przy Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności, prowadzonego przez GUS dla polskiej gospodarki. Do tej pory odbyły się jego cztery edycje: w 2004, 2009, 2010 i 2014 r. Badanie opiera się na metodzie reprezentacyjnej, przeprowadzane jest w czwartym kwartale danego roku i obejmuje okres poprzedzających go dziewięciu pierwszych miesięcy roku. Wylosowani respondenci udzielali odpowiedzi na temat swoich doświadczeń związanych z pracą nierejestrowaną (*Praca nierejestrowana w Polsce w 2010 roku...*). W wyniku przeprowadzanej przez GUS ankiety, otrzymano informacje odnośnie do:

- a) średniego miesięcznego dochodu uzyskiwanego z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej;
- b) średniej liczby dni przepracowanych na wykonywaniu pracy nierejestrowanej w roku (od stycznia do września),

które zostały zaprezentowane w tab. 11.

Tabela 11. Średni miesięczny dochód [zł] w cenach stałych z 2014 r. uzyskiwany z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej oraz średnia liczba dni w roku spędzona na jej wykonywaniu

Rok	2004	2009	2010	2014
Średni miesięczny dochód [zł]	499,9	872,0	767,3	842,0
Średnia liczba dni pracy nierejestrowanej	35	48	47	35,8

Źródło: GUS, moduł „Praca nierejestrowana”, urealnienie dochodu na podstawie własnych obliczeń.

Na ich podstawie podjęto próbę samodzielnego oszacowania wysokości miesięcznych pensji, jakie gospodarstwa domowe otrzymywałyby z tytułu wykonywania pracy nierejestrowanej, a dokładniej – stworzono wskaźnik *hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną*. Informuje on o tym, jakie miesięczne wynagrodzenie otrzymywałoby gospodarstwo domowe, gdyby cały swój czas pracy w danym miesiącu poświęciło na pracę „na czarno”. Mnożąc ów wskaźnik przez czas pracy, który rzeczywiście był wykorzystany na pracę w szarej strefie, otrzymano by dochód, który byłby faktycznie osiągnięty z pracy nierejestrowanej przez daną jednostkę w miesiącu.

Kroki służące wyznaczeniu wskaźnika *hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną* są następujące:

- 1) mnożąc urealnione dane dotyczące średniego miesięcznego dochodu uzyskiwanego z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej (moduł

„Praca nierejestrowana”) przez dziewięć, otrzymano średni roczny dochód (od stycznia do września)¹¹ z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej;

- 2) dzieląc otrzymany w kroku pierwszym średni roczny dochód przez średnią liczbę dni przepracowanych na wykonywaniu pracy nierejestrowanej w roku (od stycznia do września) otrzymano średni dzienny dochód z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej;
- 3) następnie wyznaczono hipotetyczny roczny dochód z pracy nierejestrowanej (który byłby otrzymywany przez gospodarstwa domowe, gdyby spędzały cały czas pracy w szarej strefie) poprzez pomnożenie dziennego dochodu (otrzymanego z kroku drugim) przez liczbę wszystkich dni roboczych w roku;
- 4) dzieląc hipotetyczny roczny dochód z pracy nierejestrowanej przez 12, czyli liczbę miesięcy w roku, otrzymano *hipotetyczną miesięczną płacę w_s za pracę nierejestrowaną*.

Obliczenia wykonane w kolejnych krokach oraz wartość ostatecznie otrzymanego wskaźnika *hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną* za prezentowano w tab. 12.

Tabela 12. Kolejne kroki wyliczenia wartości wskaźnika *hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną*

Etap	Rezultat obliczeń	Otrzymane wartości				
		2004	2009	2010	2014	średnia
Krok 1	Średni roczny dochód (I–IX)	4499,17	7848,10	6905,99	7578,00	
Krok 2	Średni dzienny dochód	128,55	163,50	146,94	211,68	
Do kroku 3	Liczba dni roboczych w roku ¹²	254	253	253	250	
Krok 3	Hipotetyczny roczny dochód	32651,12	41366,02	37174,82	52918,99	
Krok 4	<i>Hipotetyczna miesięczna płaca</i>	2720,93	3447,17	3097,90	4409,92	

Źródło: obliczenia własne na podstawie baz danych GUS.

Tak powstały wskaźnik *hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną* zostanie wykorzystany jako miernik wynagrodzenia gospodarstw domowych za pracę „na czarno”. Autorka ma świadomość, że powyższe oszacowania są wyjątkowo niedoskonałym i kontrowersyjnym przybliżeniem rzeczywistych dochodów w szarej strefie. Jednak ze względu na całkowity brak innych,

11 Zgodnie ze specyfiką modułu „Praca nierejestrowana”.

12 Liczba dni roboczych w roku została zaczerpnięta ze strony: http://www.kalendarzswiat.pl/wy-miar_czasu_pracy/2015 [dostęp: 20.04.2016].

bardziej wiarygodnych danych i propozycji w literaturze ekonomicznej¹³, postanowiono wykorzystać powyższe obliczenia do dalszych analiz empirycznych opartych na modelu.

4.2.5. Efektywność organów kontroli

Jako miernik efektywności działania organów kontroli przyjęto komponent wskaźnika *Rule of Law Index* (indeksu szeroko rozumianej praworządności), który jest tworzony przez organizację World Justice Project. Za pomocą *Rule of Law Index* mierzone jest postrzeganie i doświadczanie w zwykłych, codziennych sytuacjach praworządności przez zwyczajnych ludzi na całym świecie. Wskaźnik budowany jest na podstawie opinii 1000 respondentów (mieszkańców danego kraju) oraz ocen ekspertów prawnych. Do *Rule of Law Index* wliczane są 44 różne mierniki podzielone na osiem różnych kategorii¹⁴, w ramach szóstej z nich – „Egzekwowanie prawa” – pojawił się komponent 6.1, który określa skuteczność egzekwowania prawa (oryginalnie: 6.1. *Government regulations are effectively enforced*). Jest on wyznaczany na podstawie odpowiedzi udzielonych przez respondentów i ekspertów na następujące, przykładowe pytania¹⁵:

- *Jakie są szanse, iż firma średniej wielkości zostanie poddana kontroli?*
- *Czy jeżeli te kontrole wykażą nieprawidłowości, to czy zostanie nałożona kara?*
- *Jeżeli pracownik zostanie zwolniony z pracy ze względu na przynależność do związku zawodowego, to jeżeli zgłosi skargę do odpowiednich władz, co najprawdopodobniej się stanie?*
 - *skarga zostanie zignorowana;*
 - *zostanie otwarte śledztwo, które niczego nie wykaże;*
 - *firma zostanie zmuszona do zapłaty rekompensaty lub przyjęcia pracownika z powrotem do pracy;*
 - *firma przekupi urzędników, by zignorowali to zgłoszenie, itp.*

Największą zaletą miernika skuteczności egzekwowania regulacji rządowych (*Government regulations are effectively enforced*) jest to, że jest on konstruowany również na podstawie ocen mieszkańców danego kraju (a nie wyłącznie ekspertów). Oczywiście subiektywność ocen może być też odbierana jako wada wskaźnika, jednak w zaproponowanym modelu pracy nierejestrowanej efektywność p

13 Przykładowo, podczas prezentowania badania w różnych ośrodkach naukowych autorka spotkała się z sugestią, by przyjąć płace za pracę nierejestrowaną na poziomie proporcjonalnym do wielkości wynagrodzeń w sferze oficjalnej. Pojawia się tylko problem, jaki współczynnik proporcjonalności przyjąć i dlaczego na takim poziomie. Propozycja ta wydaje się zatem nie mniej kontrowersyjna niż rozwiązanie przyjęte przez autorkę.

14 <http://worldjusticeproject.org/what-rule-law> [dostęp: 17.04.2016].

15 Jest to wolne tłumaczenie autorki wybranych pytań z kwestionariusza, wszystkie pytania w oryginale są dostępne na stronie: http://worldjusticeproject.org/sites/default/files/roli_tov.pdf [dostęp: 22.04.2016].

instytucji kontrolnych wiąże się właśnie z percepcją gospodarstw domowych szansy na to, iż wykonywana przez nie praca nierejestrowana może zostać wykryta przez organy kontrolne i być penalizowana.

Rule of Law Index obliczany jest dopiero od 2013 r., więc do dyspozycji są wyłącznie trzy obserwacje, które zaprezentowano w tab. 13.

Tabela 13. Efektywność organów kontroli w Polsce mierzona skutecznością egzekwowania regulacji rządowych (wskaźnikiem *Government regulations are effectively enforced*)

Rok	2013	2014	2015	Średnia
Skuteczność egzekwowania regulacji rządowych (<i>Government regulations are effectively enforced</i>)	0,59	0,60	0,60	0,6

Źródło: World Justice Project, *Rule of Law Index*.

4.2.6. Grzywna za pracę nierejestrowaną

Od lipca 2007 r., od kiedy weszła w życie ustawa z dnia 13 kwietnia 2007 r. o Państwowej Inspekcji Pracy (Dz. U. z 2015 r., poz. 640), większość kompetencji kontrolnych dotyczących badania legalności zatrudnienia przejęła Państwowa Inspekcja Pracy, która pozostała w ścisłej współpracy z urzędami skarbowymi i ZUS. Jeżeli podczas przeprowadzania kontroli inspektor PIP wykryje nieprawidłowości, może nałożyć grzywnę w formie mandatu karnego bądź skierować sprawę do sądu, który – w przypadku zasądzenia winy danego podmiotu – nakłada karę. Dlatego jako miernik wysokości grzywny za pracę nierejestrowaną zdecydowano się przyjąć przeciętną karę nakładaną przez inspektora pracy bądź sąd.

Dane dotyczące wysokości kar nałożonych w ramach działalności inspektorów PIP oraz z tytułu złożonych wniosków o ukaranie do sądu są dostępne w corocznych sprawozdaniach Głównego Inspektora Pracy. Na podstawie informacji o:

- średniej kwocie grzywny w formie mandatu karnego nałożonej przez inspektora PIP;
- liczbie nałożonych w danym roku przez inspektorów PIP grzywien w formie mandatu karnego;
- średniej kwocie grzywny orzeczonej przez sąd;
- liczbie skierowanych do sądu wniosków o ukaranie,

stworzono średnią ważoną wysokość grzywny (ważoną liczbą rozpatrywanych przypadków), nakładaną przez sąd lub inspektora pracy z tytułu wykrycia nieprawidłowości związanych z wykroczeniami przeciwko prawom pracownika. Tak powstały wskaźnik został jeszcze urealniony – wyrażony w cenach stałych z 2014 r. Ostatecznie miernik średniej ważonej grzywny nałożonej przez inspektora PIP lub sąd w cenach stałych z 2014 r., wraz z komponentami, które posłużyły do jego obliczenia, przedstawiono w tab. 14, gdzie:

$$E = \frac{A \cdot B + C \cdot D}{A + C}$$

Mimo że sprawozdania Głównego Inspektora Pracy są dostępne również dla wcześniejszych lat, w badaniu wykorzystano dane wyłącznie od 2008 r. Jest to związane z wejściem w życie w połowie 2007 r. wspomnianej już ustawy o Państwowej Inspekcji Pracy, która znacznie zmieniła kompetencje tego organu. Co więcej, niebagatelnemu podniesieniu uległy też górne granice grzywien, które mogą być zasądzone przez inspektorów pracy i sądy. W związku z tym, w celu zachowania jednolitości wskaźnika, w prezentowanej analizie uwzględniono dane począwszy od pierwszego pełnego roku obowiązywania ustawy. Warto jeszcze wspomnieć, iż w swojej dotychczasowej działalności PIP musiała uprzedzać kontrolowane podmioty o planowanej inspekcji z tygodniowym wyprzedzeniem. Natomiast od 2016 r., w związku z nową interpretacją przepisów, została zwolniona z tego obowiązku¹⁶. Można się zatem spodziewać, że spowoduje to w najbliższych miesiącach istotne zmiany w efektach jej działalności¹⁷.

Tabela 14. Średnia ważona grzywna w Polsce w cenach stałych z 2014 r. nałożona przez inspektora PIP w formie mandatu karnego lub sąd w wyniku wniosku o ukaranie zgłoszonego przez PIP

Lp.	Wskaźnik	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	Średnia
A	Liczba nałożonych mandatów przez inspektora	19629	20217	20615	18574	18906	18954	19514	
B	Średnia kwota mandatu [zł]	1230	1236	1211	1200,603	1192	1186	1187	
C	Liczba nałożonych kar przez sąd	4179	3492	3491	3252	3317	3414	2797	
D	Średnia kwota grzywny [zł]	1882	1952	2000	1998,8	2188	2180	2121	
E	Średnia ważona grzywna [zł]	1344,45	1341,46	1325,26	1319,53	1340,66	1337,71	1304,09	
F	Średnia ważona grzywna w cenach stałych [zł]	1558,06	1502,03	1446,29	1380,66	1352,73	1337,71	1304,09	1411,65

Źródło: Sprawozdania z działalności PIP z lat 2008–2014, obliczenia własne.

16 Notka prasowa PAP: <http://kurier.pap.pl/depesza/160550/Dla-skuteczności-PIP-nie-będzie-juz-zawiadamiać-o-planowanych-kontrolach-w-firmach> [dostęp: 23.04.2016].

17 Interesujące jest również, jak ta zmiana wpłynie na wielkość pracy nierejestrowanej w Polsce.

4.2.7. Stopa biurokratyczna

W przypadku zjawiska biurokracji w literaturze ekonomicznej i bazach danych można znaleźć kilka propozycji jej mierników:

- i) czas spędzany na spełnianiu wymogów przepisów prawnych [% czas pracy menadżera wyższego szczebla];
- ii) czas potrzebny na założenie firmy [liczba dni];
- iii) koszt założenia firmy [% dochodu narodowego *per capita*].

Każdy z wymienionych mierników szacowany jest przez Bank Światowy. Pierwszy z nich odzwierciedla udział czasu pracy menadżera wyższego szczebla, jaki jest poświęcany w zwyczajnym tygodniu pracy na wypełnianie przepisów i regulacji rządowych dotyczących m.in. opodatkowania, ceł, przepisów prawa pracy, rejestrowania działalności, uzyskiwania licencji (włącznie z czasem poświęcanym na kontakty z urzędnikami i wypełnianie różnych dokumentów)¹⁸. Należy on do grupy *World Development Indicators* i jest konstruowany na podstawie badań kwestionariuszowych prowadzonych na reprezentatywnej próbie firm z sektora prywatnego. Od 2004 r. wykonano je trzykrotnie – w 2005, 2009 i 2013 r., jednak tylko dwa ostatnie badania były oparte na metodologii, która pozwala na prowadzenie porównań w czasie i przestrzeni¹⁹.

Pozostałe dwa mierniki są konstruowane w celu określenia ogólnego rankingu państwa w łatwości prowadzenia działalności gospodarczej (projekt *Doing Business*). Wyznaczane są one na podstawie analizy uwarunkowań prawnych w danym kraju związanych z zakładaniem przedsiębiorstwa, które przeprowadzane są we współpracy z lokalnymi ekspertami, m.in. prawnikami, urzędnikami publicznymi, notariuszami²⁰. Pierwszy z nich (ii) służy do określenia liczby dni kalendarzowych, jaka jest niezbędna do wypełnienia wszystkich wymogów prawnych i administracyjnych, aby móc oficjalnie prowadzić działalność gospodarczą w danym kraju. Przy tym, jeżeli poprzez poniesienie dodatkowych opłat można przyspieszyć owe procedury, to wskaźnik będzie określał ten najszybszy sposób pomimo dodatkowych kosztów, jakie się z nim wiążą²¹. Drugi miernik (iii), wyznaczany jako procent dochodu narodowego *per capita*, odzwierciedla zaś wysokość wszystkich wymaganych opłat związanych z założeniem własnej działalności gospodarczej, m.in. kosztów usług prawnych lub wynajęcia innych instytucji specjalistycznych²².

Każdy z zaprezentowanych mierników informuje o obciążeniach biurokratycznych ponoszonych raczej przez typowe przedsiębiorstwo, a nie gospodarstwo domowe. Ze względu na brak innych wskaźników²³, zdecydowano się jednak przyjmując

18 <http://data.worldbank.org/indicator/IC.GOV.DURS.ZS> [dostęp: 23.04.2016]

19 <http://www.enterprisesurveys.org/methodology> [dostęp: 23.04.2016].

20 <http://www.doingbusiness.org/Methodology/starting-a-business#cost> [dostęp: 23.04.2016].

21 <http://data.worldbank.org/indicator/IC.REG.DURS> [dostęp: 23.04.2016].

22 <http://www.doingbusiness.org/data/exploretopics/starting-a-business#close> [dostęp: 23.04.2016].

23 Idealny byłby wskaźnik, który informowałby o czasie, jaki przeciętny Polak poświęca na stanie w kolejkach w urzędach w celu wypełnienia formalności prawnych i administracyjnych.

jeden z nich. Założono zatem tym samym, że owe mierniki opisują poziom biurokratyzowania całej gospodarki.

W tym badaniu zdecydowano się wykorzystać miernik (i). Jako jedyny opisuje on ciężar biurokratyczny związany z całościowym funkcjonowaniem w gospodarce, a nie tylko podczas etapu zakładania firmy. Tym niemniej, ponieważ inne wskaźniki także są dostępne, planowane jest przeprowadzenie analizy odporności uzyskanych wyników ze względu na przyjęty miernik (i) lub (ii)²⁴ lub (iii). Wartości każdego z nich dla polskiej gospodarki zaprezentowano w tab. 15.

Tabela 15. Wskaźniki biurokracji: i) czasu spędzanego na spełnianiu wymogów przepisów prawnych [% czas pracy menadżera wyższego szczebla], ii) czasu potrzebnego na założenie firmy [liczba dni], iii) kosztu założenia firmy [% dochodu narodowego *per capita*] w Polsce

Wskaźnik	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Średnia
i)						12,8				19,7			16,3
ii)	56	46	31	31	31	32	32	32	32	30	30	30	34
iii)	20,8	19,9	19,2	18,9	17,5	16,7	16,3	16	13,2	13,1	12,9	12,2	16,4

Źródło: bazy danych Banku Światowego za lata 2004–2015.

4.2.8. *Tax morale* społeczeństwa

Mierzenie poziomu *tax morale* danego społeczeństwa jest zadaniem trudnym, bardzo kontrowersyjnym i generującym wysoce dyskusyjne wyniki. Co więcej, wskaźnik, który najczęściej jest wykorzystywany do analiz empirycznych *tax morale* podmiotów gospodarczych to ucieleśnienie tych wszystkich obaw i wątpliwości badawczych. Konstruowany on jest na podstawie badań ankietowych World Value Survey na bazie wyłącznie pojedynczego pytania²⁵:

Teraz przedstawię Panu(i) różne zachowania. Proszę powiedzieć, w jakim miejscu skali umieścić(a)by Pan(i) swoją opinię o danym zachowaniu, przyjmując, że „1” oznacza, że dane zachowanie nigdy nie może być usprawiedliwione, a „10”, że zawsze można je usprawiedliwić. Pomiędzy „1” a „10” są oceny pośrednie.

– Zaniżanie dochodów przed urzędem podatkowym, jeśli to możliwe²⁶.

Niestety, autorce nie udało się znaleźć żadnego miernika, który choć trochę odpowiadałby wspomnianemu wskaźnikowi.

24 Liczbę dni niezbędną do założenia firmy odniesiono do przeciętnej liczby dni roboczych w roku w latach 2004–2015, stąd otrzymano: $b = 34/252 \approx 0,14$.

25 Pytanie oraz jego tłumaczenie zostało zaczerpnięte ze strony twórców badania: <http://www.worldvaluessurvey.org/WVSONline.jsp> [dostęp: 23.04.2016].

26 W ankiecie to pytanie należy do kategorii: „Justifiable: Cheating on taxes if you have a chance”.

Tworzenie miernika na podstawie jednego, dość ogólnego pytania sprawia, że trudno go uznać za satysfakcjonujący i wystarczający wskaźnik *tax morale* społeczeństwa. *Tax morale* odzwierciedla bowiem postrzeganie przez społeczeństwo danego systemu podatkowego, ocenę, czy jest on sprawiedliwy i efektywny, zaś samo zaniżanie dochodów stanowi tylko niewielką część całego zagadnienia. Tym niemniej, niestety, znów z powodu braku innych danych dla Polski w badaniu zostanie wykorzystany właśnie ten, mocno niedoskonały miernik. *Tax morale* społeczeństwa jest bowiem na tyle ważną determinantą aktywności gospodarczej w szarej strefie, iż nie powinno się jej wykluczać z analiz empirycznych.

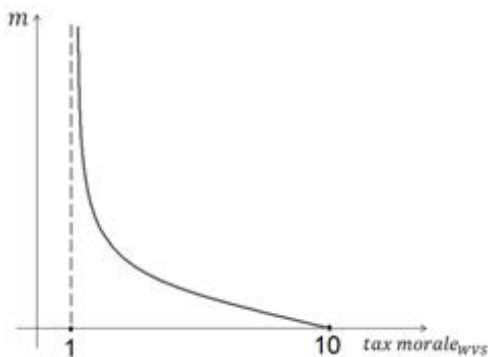
Wykorzystane będą dane z World Value Survey pochodzące z dwóch edycji badań ankietowych, przeprowadzonych dla Polski na reprezentatywnej próbie w latach 2005–2009 oraz 2010–2014. Na podstawie liczby osób udzielających danej odpowiedzi twórcy badania wyznaczyli średnie obrazujące przeciętne wskazania w danym kraju, które posłużą jako miernik *tax morale* społeczeństwa (oznaczany w tym opracowaniu jako $tax\ morale_{wvs}$).

Ponieważ w modelu pracy nierejestrowanej założono, że $m \in [0, \infty)$, zaś średnia z World Value Survey $tax\ morale_{wvs}$ przyjmuje wartości od 1 (wszystkie wskazania: *nigdy nie może być usprawiedliwione*) do 10 (wszystkie wskazania: *zawsze można je usprawiedliwić*), należy przeliczyć jej wartości. W tym celu zaproponowano dwa sposoby:

$$1) \text{ logarytmiczny: } m = -\ln\left(\frac{tax\ morale_{wvs} - 1}{9}\right) \in [0, \infty);$$

$$2) \text{ tangensowy: } m = \operatorname{tg}\left(-\frac{tax\ morale_{wvs} - 10}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \in [0, \infty);$$

których sposób przekształcenia wartości został zilustrowany na rys. 18.



Rysunek 18. Przeliczanie wartości we wskaźniku *tax morale* społeczeństwa

Źródło: opracowanie własne.

Ponieważ obie propozycje generują różne wartości wskaźnika m , zbadana zostanie odporność wyników uzyskiwanych w analizie empirycznej na wybrany sposób przeliczania. Wartości wskaźnika *tax morale* pochodzące z World Value Survey oraz ich przeliczone wartości za pomocą obu metod zostały zaprezentowane w tab. 16.

Tabela 16. Wskaźnik *tax morale* dla Polski pochodzący z danych World Value Survey ($tax\ morale_{WVS}$) oraz jego średnie wartości po zastosowaniu logarytmicznego i tangensowego sposobu przeliczenia

Okres	2005–2009	2010–2014	Średnia	Przeliczenie logarytmiczne	Przeliczenie tangensowe
Wskaźnik <i>tax morale</i> ($tax\ morale_{WVS}$)	2,44	2,34	2,39	1,87	4,04

Źródło: dane z World Value Survey za lata 2005–2014, obliczenia własne.

4.2.9. Efektywność rządu

Miernik efektywności rządu udało się znaleźć w szacunkach Światowego Forum Ekonomicznego dotyczących indeksu *Global Competitiveness Index*²⁷. Jednym z jego filarów jest ocena jakości instytucji publicznych, w ramach której jest wyznaczany wskaźnik marnotrawstwa wydatków rządowych (*wastefulness of government spending*). Jest on konstruowany na podstawie wyników ankiet przeprowadzanych na reprezentatywnej grupie przedsiębiorców w danym kraju. Odzwierciedla zatem ich subiektywne postrzeganie marnotrawstwa środków publicznych, a nie rzeczywistą efektywność wykorzystania wydatków rządowych. Miernik marnotrawstwa wydatków rządowych stanowi średnią z odpowiedzi udzielanych na wyłącznie jedno pytanie:

- *Jak efektywnie rząd wydaje środki publiczne w twoim kraju?* [1 = skrajnie nieefektywnie; 7 = skrajnie efektywnie].

Szacunki wskaźnika marnotrawstwa wydatków rządowych (oznaczonego jako $WoGS$) dla Polski za lata 2006–2014 przedstawione zostały w tab. 17. Ponieważ miernik ten przyjmuje wartości z przedziału od 1 do 7, zaś $\psi \in [0, 1]$, zostały one przeliczone zgodnie z następującą formułą:

$$\psi = \frac{WoGS - 1}{6} \in [0, 1]$$

27 <http://reports.weforum.org/global-competitiveness-report-2015-2016/economies/#economy-POL> [dostęp: 4.05.2016].

Tabela 17. Wartości wskaźnika marnotrawstwa wydatków rządowych (*wastefulness of government spending*) dla Polski za lata 2006–2015

2006–2007	2007–2008	2008–2009	2009–2010	2010–2011	2011–2012
2,79	2,81	2,70	2,88	3,13	3,02
2012–2013	2013–2014	2014–2015	Średnia	Przeliczona średnia	
2,92	2,89	2,90	2,90	0,32	

Źródło: obliczenia własne na podstawie *Global Competitiveness Index* Światowego Forum Ekonomicznego.

Alternatywny miernik efektywności rządu udało się odnaleźć we wskaźnikach konstruowanych przez Bank Światowy w związku z projektem *The Worldwide Governance Indicators*. Wspomniana inicjatywa ma na celu stworzenie, na podstawie wyników różnych badań ankietowych i ocen eksperckich, zagregowanych wskaźników postrzegania rządu i sprawowanej przez niego władzy w danym kraju w sześciu różnych aspektach: głos i odpowiedzialność, stabilność polityczna i brak przemocy, efektywność rządu, jakość regulacji, praworządność oraz kontrola korupcji. Czynniki „efektywność rządu” odzwierciedla postrzeganie jakości usług publicznych, jakości służby cywilnej (administracji państwowej) oraz stopień ich niezależności od nacisków politycznych, jakość formułowania i realizacji polityki oraz wiarygodność zobowiązań rządu. W związku z tym postanowiono go wykorzystać jako miernik efektywności rządu w modelu pracy nierejestrowanej.

Wskaźnik Efektywności Rządu (*Government Effectiveness*) tworzony jest jako średnia ważona danych pochodzących z dziesięciu różnych źródeł²⁸:

- 1) Bertelsmann Transformation Index (eksperci);
- 2) Business Enterprise Environment Survey (ankieta);
- 3) Economist Intelligence Unit (eksperci);
- 4) Gallup World Poll (ankieta);
- 5) Global Insight Business Conditions and Risk Indicators (eksperci);
- 6) Institute for Management and Development World Competitiveness Yearbook (ankieta);
- 7) Institutional Profiles Database (eksperci);
- 8) Political Risk Services International Country Risk Guide (eksperci);
- 9) World Bank Country Policy and Institutional Assessments (eksperci);
- 10) World Economic Forum Global Competitiveness Report (ankieta).

Przyjmuje on wartości z przedziału $(-2,5; 2,5)$, a wraz z jego wzrostem rośnie efektywność rządu w danym kraju. W modelu pracy nierejestrowanej parametr efektywności rządu $\psi \in [0, 1]$, stąd zaproponowano następujący sposób przeliczenia wartości wskaźnika Efektywności Rządu (GE):

28 <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#doc-methodology> [dostęp: 28.02.2016].

$$\psi = \frac{GE + 2,5}{5} \in [0, 1]$$

Wartości wskaźnika Efektywności Rządu dla Polski oraz jego przeliczoną średnią wartość zaprezentowano w tab. 18.

Tabela 18. Wartości wskaźnika Efektywności Rządu (*Government Effectiveness*) dla Polski wyznaczone w ramach projektu The Worldwide Governance Indicators

2004	2005	2006	2007	2008	2009	Przeliczona średnia
0,40	0,42	0,35	0,37	0,51	0,60	0,62
2010	2011	2012	2013	2014	Średnia	
0,66	0,75	0,74	0,79	0,82	0,58	

Źródło: The Worldwide Governance Indicators, bazy danych Banku Światowego za lata 2004–2014.

4.2.10. Stopień demokratyczności rządu

Mierników demokratyczności jest kilka, w tym badaniu zdecydowano się wykorzystać jeden z najpopularniejszych – Indeks Demokratyczności (*Democracy Index*), który jest tworzony przez dział badawczy i analityczny Economist Intelligence Unit, współpracujący z gazetą „The Economist”²⁹. Indeks opiera się na 60 wskaźnikach pogrupowanych w pięciu kategoriach: proces wyborczy i pluralizm, wolności obywatelskie, funkcjonowanie rządu, partycypacja polityczna oraz kultura polityczna. Wartości wskaźników wyznaczane są na podstawie 60 pytań (12 pytań w każdej kategorii) kierowanych do ekspertów w danej dziedzinie. Oprócz tego wykorzystywane są, w miarę dostępności³⁰, badania opinii publicznej (np. World Value Survey). Na podstawie poszczególnych wskaźników wyznacza się ocenę danej kategorii w skali o 0 do 10, zaś licząc średnią ze wszystkich pięciu grup wskaźników, otrzymano Indeks Demokratyczności³¹.

Indeks tworzony jest od 2006 r., do tej pory powstało osiem jego edycji. Wartości Indeksu Demokratyczności dla Polski zaprezentowano w tab. 19, średnią wartość za lata 2006–2015 podzielono przez dziesięć w celu dostosowania wartości miernika do parametru $\eta \in [0, 1]$, pojawiającego się w modelu pracy nierejestrowanej.

29 <http://www.eiu.com/home.aspx#about> [dostęp: 23.04.2016].

30 W przypadku, gdy w danym kraju nie występują badania opinii publicznej, wykorzystywane są ekspertyzy lub wyniki badań otrzymane w podobnych państwach.

31 Opis metodologii tworzenia indeksu został stworzony na podstawie informacji zawartych w raportach Democracy Index, opracowanego przez Economist Intelligence Unit.

Tabela 19. Wartości wskaźnika Indeks Demokratyczności (*Democracy Index*) dla Polski wyznaczone przez Economist Intelligence Unit

2006	2008	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Średnia	Przeliczona średnia
7,3	7,3	7,05	7,12	7,12	7,12	7,47	7,09	7,20	0,72

Źródło: bazy danych Economist Intelligence Unit.

Warto jeszcze wspomnieć, że na podstawie średniej punktacji, jaką otrzymuje dany kraj w pięciu kategoriach, zostaje on następnie zaklasyfikowany do jednego z czterech typów ustroju: pełna demokracja, wadliwa demokracja, hybrydowy reżim, autorytarny reżim. Polska podczas każdej edycji wyznaczania Indeksu Demokratyczności oceniania była na podstawie łącznego wyniku jako system wadliwej demokracji.

W celu zbadania odporności uzyskanych wyników na przyjęty miernik demokracji zebrano też wartości dwóch innych wskaźników:

- 1) Barometr Demokratyczności (*Democracy Barometer*) (DB);
- 2) Ranking Demokratyczności (*Democracy Ranking*) (DR).

Pierwszy miernik, Barometr Demokratyczności, obejmuje ponad 300 różnych czynników pochodzących z rozmaitych baz danych związanych z jakością demokracji. Rozpatrywane są trzy kategorie: wolność obywateli (*freedom*), kontrola władz (*control*) oraz równość polityczna (*equality*). Każda z tych kategorii zawiera po kilkanaście podkategorii podzielonych na odrębne sfery, mierzone w skali od 0 do 100, gdzie 100 oznacza najwyższą wartość danej zmiennej, np. największą możliwą równość obywateli. Autorzy tego indeksu jako jego największą zaletę – w porównaniu z innymi miernikami tego typu – wymieniają możliwość pomiaru stopnia demokratyczności w danym kraju (w stosunku do ideału), nie zaś, jak czynią inne miary, jedynie odróżnienie krajów demokratycznych od niedemokratycznych³².

Kolejny wskaźnik – Ranking Demokratyczności – służy do szacowania poziomu demokratyczności w danym kraju w skali od 1 do 100, gdzie 100 oznacza najwyższy poziom demokratyczności. DR odnosi się do jednego wymiaru politycznego (który ma wagę 50% w finalnym wskaźniku), a także pięciu wymiarów niepolitycznych, takich jak równość płci, system gospodarczy, dostęp i jakość wiedzy, zdrowie oraz jakość środowiska naturalnego – są tu zatem brane pod uwagę aspekty świadczące o ogólnym rozwoju gospodarki³³, nie zaś jedynie czynniki polityczne³⁴.

Tabela 20 zawiera zebrane wartości alternatywnych wskaźników demokracji za lata 2004–2015 (w miarę ich dostępności) dla Polski.

32 http://www.democracybarometer.org/concept_en.html [dostęp 24.04.2016].

33 Czynniki te są jednak skutkiem określonej polityki rządu.

34 <http://democracyranking.org/wordpress/theoretical-basis> [dostęp: 24.04.2016].

Tabela 20. Alternatywne mierniki stopnia demokratyczności rządu dla Polski w latach 2004–2015

Miernik	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
DB	54,14	53,64	54,15	54,52	54,22	53,75	53,82
DR					69,2	70,3	68,9
Miernik	2011	2012	2013	2014	Średnia	Średnia przeliczona	
DB	55,31	55,59	54,76	53,73	54,33	0,54	
DR	70,5	71,1	69,7	71,3	70,14	0,70	

Źródło: Democracy Ranking Association, bazy danych Centre for Democracy Studies.

4.3. Kalibracja wartości pozostałych parametrów modelu pracy nierejestrowanej

W tab. 21 zaprezentowano zebrane uśrednione mierniki wartości zmiennych i parametrów modelu pracy nierejestrowanej, zaś w tab. 22 – wskaźniki, które posłużą do zbadania odporności wyników kalibracji dla polskiej gospodarki.

Tabela 21. Zebrane wartości mierników zmiennych i parametrów dla modelu pracy nierejestrowanej dla polskiej gospodarki

Zmienne	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
L_s^*	(0, 1), [% PKB]	praca nierejestrowana	2004–2013	0,038
τ^*	(0, 1)	klin podatkowy	2004–2015	0,35
Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
w_r	(0, ∞), [zł]	miesięczne wynagrodzenia brutto w gospodarce narodowej	2004–2015	3424,87
w_s	(0, ∞), [zł]	hipotetyczna miesięczna płaca	2004, 2009, 2010, 2014	3418,98
p	(0, 1)	skuteczność egzekwowania regulacji rządowych	2013–2015	0,6
a	(0, ∞), [zł]	średnia ważona grzywna nakładana przez PIP lub sąd	2008–2014	1411,65
b	[0, 1)	czas spędzany na spełnianiu wymogów przepisów prawnych	2009, 2013	0,16
m	[0, ∞)	tax morale z World Value Survey (logarytmiczny)	2005–2009, 2010–2014	1,87

Tabela 21 cd.

Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
ψ	[0, 1]	marnotrawstwo wydatków rządowych	2006–2015	0,32
η	(0, 1)	Indeks Demokratyczności	2006, 2008, 2010–2015	0,72

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 22. Alternatywne mierniki wybranych parametrów dla modelu pracy nierejestrowanej dla polskiej gospodarki

Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
b	[0, 1)	czas potrzebny na założenie firmy	2004–2015	0,14
b	[0, 1)	koszt założenia firmy	2004–2015	0,16
m	(0, 1)	<i>tax morale</i> z World Value Survey (tangensowy)	2013–2015	4,04
ψ	[0, 1]	Efektywność Rządu	2004–2014	0,62
η	(0, 1)	Barometr Demokratyczności	2004–2014	0,54
η	(0, 1)	Ranking Demokratyczności	2008–2014	0,70

Źródło: opracowanie własne.

W żadnych dostępnych bazach danych nie udało się odnaleźć mierników, które mogłyby przybliżyć wartość dwóch parametrów:

- 1) $\lambda \in (0, \infty)$ – ograniczenia w dostępie do dóbr i usług publicznych dla gospodarstw domowych wykonujących aktywność nierejestrowaną;
- 2) $D \in (0, \infty)$ – parametr techniczny, który służy do przeliczania wartości w funkcji celu rządu.

W związku z tym zdecydowano się skalibrować ich wartości tak, aby równowagowe poziomy pracy nierejestrowanej i opodatkowania (L_s^* , τ^*), które są generowane przez model, przyjmowały wartości najbliższe przeciętnym rozmiarom pracy „na czarno” i stopy podatkowej zaobserwowanej w rzeczywistości w Polsce w latach³⁵ 2004–2015, przy założeniu, że pozostałe parametry przyjmują wartości z tab. 21. W rezultacie otrzymano³⁶:

$$\lambda \approx 1131,24$$

35 W miarę dostępności danych.

36 Do wykonania kalibracji posłużono się dodatkiem Solver z programu Excel.

oraz

$$D \approx 2680,19$$

Żaden z tych parametrów nie posiada sensownej interpretacji ekonomicznej, jednak za pomocą wartości λ można wyznaczyć udział dóbr i usług publicznych niedostępnych dla gospodarstw domowych spędzających 3,8% czasu na pracy nierejestrowanej:

$$\frac{\lambda L_s}{\psi G} \cdot 100\% \approx 11,62\%$$

A zatem, zgodnie z uzyskanymi wynikami, średnio w latach 2004–2015 polskie gospodarstwa domowe, które poświęcają ok. 3,8% swojego czasu pracy na aktywność nierejestrowaną, nie miały dostępu do ok. 11,62% dóbr i usług publicznych wygenerowanych przez rząd.

Dodatkowo zbadano odporność uzyskanych wyników kalibracji na zmiany przyjętych mierników parametrów b , m , ψ oraz η ³⁷. Wykorzystując pojedynczo alternatywne wskaźniki, skalibrowano ponownie wartości parametrów λ , D w celu zaobserwowania zmian ich wysokości. Rezultaty tej analizy przedstawiono w tab. 23.

Badanie odporności wyników kalibracji wykazało, że:

- 1) w przypadku parametrów b i m przyjęcie alternatywnych mierników nie spowodowało istotnych zmian w wartościach skalibrowanych parametrów λ i D ;
- 2) dla parametru η można zauważyć, że wykorzystanie alternatywnych mierników nie zmieniło oszacowania parametru λ , ale miało wyraźny wpływ na wartość parametru D . Jest to najprawdopodobniej spowodowane wspólnym występowaniem obu parametrów (η i D) w funkcji celu rządu;
- 3) alternatywny wskaźnik ψ znacząco zmienił wyniki kalibracji – spowodowane jest to prawdopodobnie faktem znacznego zróżnicowania wartości obu mierników (wskaźnik Efektywności Rządu jest prawie dwukrotnie większy od wskaźnika marnotrawstwa wydatków rządowych).

Ostatecznie należy stwierdzić, że wyniki kalibracji nie są odporne na wybór miernika parametru ψ oraz η . Zdaje się to potwierdzać istotne znaczenie obu parametrów w opisywanym modelu gospodarki. Niestety, zarówno ψ , jak i η odzwierciedlają jednak zjawiska o charakterze jakościowym (efektywność rządu oraz stopień demokratyczności), których pomiar jest zagadnieniem trudnym i mocno dyskusyjnym, co potwierdzają zróżnicowane oszacowania ich wartości. Należy zatem podchodzić z rozwagą i dużą dozą ostrożności do wyników analiz empirycznych związanych z tymi parametrami.

³⁷ Były to jedyne parametry, w przypadku których znaleziono alternatywne szacunki.

Tabela 23. Badanie odporności wyników kalibracji na zmianę mierników poszczególnych parametrów modelu pracy nierejestrowanej

Wartość wskaźnika	Miernik b	λ	D	Niedostępne dobra publiczne
0,16	Czas spędzany na spełnianiu wymogów przepisów prawnych	1131,24	2680,20	11,62%
0,14	Czas potrzebny na założenie firmy	1073,55	2680,20	11,03%
0,16	Koszt założenia firmy	1134,39	2680,20	11,65%
Wartość wskaźnika	Przeliczenie wartości m	λ	D	Niedostępne dobra publiczne
1,87	Logarytmiczne	1131,24	2680,20	11,62%
4,04	Tangensowe	1129,07	2680,20	11,60%
Wartość wskaźnika	Miernik η	λ	D	Niedostępne dobra publiczne
0,72	Indeks Demokratyczności	1131,24	2680,20	11,62%
0,54	Barometr Demokratyczności	1131,24	5782,63	11,62%
0,70	Ranking Demokratyczności	1131,24	2928,18	11,62%
Wartość wskaźnika	Miernik ψ	λ	D	Niedostępne dobra publiczne
0,32	Marnotrawstwo wydatków rządowych	1131,24	2680,20	11,62%
0,62	Efektywność Rządu	789,54	4782,33	4,15%

Źródło: obliczenia własne.

4.4. Dane dotyczące modelu produkcji nierejestrowanej

Tytułem przypomnienia – w modelu produkcji nierejestrowanej równowagowy poziom stopy opodatkowania zysku oraz wielkości produkcji ukrytej (τ_f^* , α_s^*) dany był wzorem:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_f^* &= \frac{2(1-\eta_f)p_f Y_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[-b_f - (1-u_f)k_f] + (1-\eta_f)Y_f \lambda_f}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \\ \alpha_s^* &= \frac{2\eta_f D_f (1-\psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1-u_f)k_f - \lambda_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]}{4\eta_f D_f (1-\psi_f)p_f [u_f a_f (1-\psi_f) + (1-u_f)\tilde{a}_f] + (1-\eta_f)Y_f^2[1-b_f - (1-u_f)k_f - \psi_f]} \end{aligned} \right.$$

(3.76)

W celu przeprowadzenia analizy empirycznej konieczne jest zatem określenie wartości następujących zmiennych:

- a) $\tau_f^* \in (0, 1)$ – wysokości stopy opodatkowania zysku przedsiębiorstw;
 - b) $\alpha_s^* \in (0, 1)$ – wielkości produkcji ukrytej w typowym przedsiębiorstwie;
- oraz parametrów:
- c) $Y_f \in (0, \infty)$ – łącznego zysku typowego przedsiębiorstwa z działalności produkcyjnej;
 - d) $p_f \in (0, 1)$ – efektywności organów kontroli;
 - e) $a_f \in (0, \infty)$ – grzywny za wytwarzanie produkcji ukrytej;
 - f) $u_f \in [0, 1]$ – udziału uczciwych urzędników w gospodarce;
 - g) $b_f \in [0, 1]$ – stopy biurokratycznej;
 - h) $\psi_f \in [0, 1]$ – efektywności rządu;
 - i) $\eta_f \in (0, 1)$ – stopnia demokratyczności rządu;
 - j) $\tilde{a}_f \in (0, \infty)$ – wysokości łapówki w szarej strefie;
 - k) $k_f \in [0, 1]$ – części opodatkowanego zysku przedsiębiorstw poświęcanego na łapówki w sferze oficjalnej;
 - l) $\lambda_f \in (0, \infty)$ – ograniczenia w dostępie do dóbr i usług publicznych dla przedsiębiorstw wytwarzających produkcję ukrytą;
 - m) $D_f \in (0, \infty)$ – parametru technicznego służącego do przeliczenia wartości w funkcji celu rządu.

Podobnie jak w przypadku modelu pracy nierejestrowanej, poszukiwane były wartości mierników zmiennych i parametrów dla Polski za lata 2004–2015 (w miarę ich dostępności), które następnie zostały uśrednione w celu wyznaczenia ich przeciętnego, długookresowego poziomu.

4.4.1. Rozmiary produkcji ukrytej

Dane dotyczące produkcji ukrytej w Polsce, podobnie jak szacunki pracy nierejestrowanej, zostały zaczerpnięte z raportów generowanych przez Główny Urząd Statystyczny. Jak już było wspomniane wcześniej, w związku z przystąpieniem do systemu ESA 2010 Polska wlicza do rachunków narodowych również gospodarkę nieobserwowaną, w skład której wchodzi szara gospodarka (obejmująca usługi świadczone w ramach pracy nierejestrowanej i produkcję ukrytą w jednostkach zarejestrowanych) oraz działalność nielegalna³⁸.

Szacunki produkcji ukrytej prezentowane są raz do roku w *Rachunkach narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych*. Tworzone są one za pomocą metody kieleckiej, w ramach której badane są podmioty gospodarcze o do-

38 Opis badania prowadzonego przez GUS został sporządzony na podstawie uwag metodologicznych zawartych w Aneksie 3 w: *Rachunkach narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2010–2013* (zob. *Rachunki narodowe [...] 2010–2013*).

wolnej formie prawnej zatrudniające mniej niż 10 pracowników oraz podmioty sektora prywatnego bez spółdzielni zatrudniające od 10 do 49 osób. Analizie poddawane jest zaniżanie produkcji i uzyskiwanych z niej dochodów oraz uchylanie się od opodatkowania VAT. Za pomocą przeprowadzonego badania tworzone są wskaźniki norm przeciętnej wydajności pracy i średniego wynagrodzenia, które następnie służą do wyznaczenia komponentów rachunków narodowych (*Rachunki narodowe [...] 2010–2013*).

Podobnie jak dla pracy nierejestrowanej, wykorzystanie metody kieleckiej do obliczenia wielkości produkcji ukrytej w jednostkach zarejestrowanych może generować zaniżone szacunki jej wielkości. Dane dla Polski zgromadzone na podstawie *Rachunków narodowych według sektorów i podsektorów instytucjonalnych*, opisujących wyniki gospodarki za lata 2000–2013, zaprezentowano w tab. 24.

Tabela 24. Szacunki produkcji nierejestrowanej w Polsce w latach 2004–2013

Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Średnia
Produkcja nierejestrowana [% PKB]	8,4	9,5	9,7	9,2	8,3	9,6	8,6	7,9	9,5	9,8	9,05

Źródło: *Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych...*, GUS, dane za lata 2004–2013.

4.4.2. Opodatkowanie zysku przedsiębiorstw

Jako miernik stopy podatkowej od zysku przedsiębiorstw przyjęto wskaźnik tworzony przez Bank Światowy – całkowitą stopę opodatkowania (*total tax rate*). Jest on tworzony w ramach projektu *Doing Business*, mającego na celu określanie łatwości prowadzenia aktywności gospodarczej w danym kraju. Całkowita stopa opodatkowania informuje o udziale w zyskach handlowych łącznego obciążenia podatkowego przedsiębiorstw (w tym obowiązkowych składek) z uwzględnieniem dopuszczalnych odliczeń i zwolnień³⁹. Jest on tworzony we współpracy z firmą doradczą PwC. Jego największą zaletą to obejmowanie wszelkich obciążeń podatkowych związanych z działalnością gospodarczą przedsiębiorstw, oprócz ustawowych stóp podatkowych (np. CIT), a także uwzględnianie m.in. składek na ubezpieczenia społeczne, podatków obrotowych. Wysokość wskaźnika dla Polski w latach 2005–2015 zaprezentowano w tab. 25.

³⁹ <http://www.doingbusiness.org/Methodology/paying-taxes#total> [dostęp: 24.04.2016].

Tabela 25. Wartości wskaźnika całkowitej stopy opodatkowania (*total tax rate*) w Polsce w latach 2005–2015

2005	2006	2007	2008	2009	2010
43,2	43,2	43,4	45,1	42,2	40,6
2011	2012	2013	2014	2015	Średnia
40,1	40,3	40,1	40,1	40,3	41,69

Źródło: bazy danych Banku Światowego za lata 2005–2015.

4.4.3. Łączny zysk przedsiębiorstw z działalności produkcyjnej

W modelu produkcji nierejestrowanej łączny zysk Y_f obejmował profity otrzymane przez przedsiębiorstwo z całego procesu produkcyjnego, tj. zarówno ze sfery oficjalnej, jak i produkcji ukrytej. W oficjalnych statystykach można oczywiście znaleźć tylko część związaną z zarejestrowaną aktywnością gospodarczą. Mając jednak do dyspozycji dane dotyczące zysków z produkcji rejestrowanej $Y_f(1 - \alpha_s)$ oraz udziału produkcji ukrytej w procesie wytwórczym α_s , można wyznaczyć zysk z produkcji ukrytej $\alpha_s Y_p$, a następnie łączny zysk Y_f .

Jako miernik zysku przedsiębiorstw z aktywności rejestrowanej przyjęto średni wynik finansowy brutto we wszystkich przedsiębiorstwach niefinansowych w Polsce. Opisuje on łączny wynik na działalności gospodarczej skorygowany o efekt zdarzeń nadzwyczajnych (będących skutkiem zdarzeń losowych)⁴⁰. Dane są udostępniane na platformie Systemu Wspomagania Analiz i Decyzji (SWAiD) współtworzonej przez GUS⁴¹; przedstawiają one roczny wynik finansowy brutto w latach 2009–2013. Ze względu na roczną częstotliwość danych wynik finansowy został podzielony przez liczbę miesięcy i urealniony. W ten sposób otrzymano miesięczny wynik finansowy brutto wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce w cenach stałych z 2014 r. Następnie, korzystając z informacji o liczbie wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce, obliczono średni miesięczny wynik finansowy brutto pojedynczego przedsiębiorstwa, który posłużył jako miernik zysków z produkcji rejestrowanej $Y_f(1 - \alpha_s)$. Odpowiednie dane zaprezentowano w tab. 26.

W tej analizie przyjęto zatem, że $Y_f(1 - \alpha_s) = 11677,97$ zł, zaś średnie rozmiary produkcji ukrytej w Polsce szacowane przez GUS wynoszą 9,1% PKB, a zatem $\alpha_s \approx 0,091$ (por. podrozdział 4.4.1).

40 <http://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/613,pojecie.html> [dostęp: 24.04.2016].

41 http://swaid.stat.gov.pl/Dashboards_PN/Podstawowe%20dane%20roczne/Tablice%20i%20wykresy%20predefiniowane/1.01.aspx [dostęp: 24.04.2016].

Wówczas⁴²:

$$Y_f = \frac{11677,97}{1-0,091} \approx 12734,83$$

oraz

$$\alpha_s Y_f \approx 0,091 \cdot 12734,8 \approx 1056,86$$

a więc łączny miesięczny zysk przedsiębiorstwa z procesu produkcyjnego wynosi ok. 12734,80 zł, z czego ok. 1056,90 zł pochodzi z produkcji ukrytej.

Tabela 26. Średni miesięczny wynik finansowy brutto w tys. zł pojedynczego przedsiębiorstwa niefinansowego w Polsce w latach 2009–2013 (w cenach stałych z 2004 r.)

2009	2010	2011	2012	2013	Średnia
1. Roczny wynik finansowy brutto wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych, ceny bieżące [tys. zł]					
207348322	251050316	240911598	221720214	243377488	232881587,6
2. Roczny wynik finansowy brutto wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych, ceny stałe [tys. zł]					
232167870	273977566,2	252073755,1	223715695,9	243377488	245062475
3. Miesięczny wynik finansowy brutto wszystkich przedsiębiorstw niefinansowych, ceny stałe [tys. zł]					
19347322,5	22831463,85	21006146,26	18642974,66	20281457,33	20421872,92
4. Liczba przedsiębiorstw niefinansowych [szt.]					
1673527	1726663	1784603	1794943	1771460	1750239,2
5. Miesięczny wynik finansowy brutto jednego przedsiębiorstwa niefinansowego, ceny stałe [tys. zł]					
11,56081	13,22288	11,77077	10,38639	11,44901	11,67797

Źródło: dane z Systemu Wspomagania Analiz i Decyzji (SWAiD) za lata 2009–2013.

4.4.4. Efektywność organów kontroli

W przypadku stopnia efektywności działania organów kontroli wykorzystano identyczny miernik (*Government regulations are effectively enforced*), jak w modelu pracy nierejestrowanej. Jego wartości zostały zaprezentowane w tab. 13, a szczegółowy opis wskaźnika znajduje się w podrozdziale 4.2.5.

⁴² Wynik otrzymano przy użyciu danych niezaokrąglonych.

4.4.5. Grzywna za produkcję ukrytą

Niestety, nie udało się znaleźć w bazach danych informacji o średniej grzywnie wymierzonej w Polsce przedsiębiorcom, którzy zostali przyłapani na ukrywaniu zysków. Ustawowe grzywny wahają się od kilkuset do kilkunastu tysięcy złotych kary, każda sprawa jest traktowana indywidualnie i o ostatecznej karze decyduje wiele czynników, m.in. wysokość ukrywanych dochodów czy szkodliwość społeczna czynu.

W związku z tym w modelu produkcji nierejestrowanej zdecydowano się skorzystać z informacji dotyczących średniej grzywny nakładanej przez PIP, które zebrano dla gospodarstw domowych. Dane zostały jednak odpowiednio przeliczone, proporcjonalnie do wysokości zysków przedsiębiorstw. A dokładniej:

- wyznaczono udział średniej ważonej grzywny w cenach stałych, wymierzonej gospodarstwom domowym w Polsce przez PIP (w drodze mandatu karnego) lub przez sąd (1411,65 zł) w przeciętnych miesięcznych wynagrodzeniach brutto w gospodarce narodowej w cenach stałych z 2014 r. (3424,87 zł), skorygowanych o czas pracy rejestrowanej ($1 - L_s = 1 - 0,038 = 0,962$):

$$\frac{1411,65}{0,962 \cdot 3424,87} \approx 0,43$$

- grzywna przedsiębiorstw została obliczona przy założeniu, że jej wysokość stanowi identyczną część (0,43) oficjalnych zysków przedsiębiorstw, a zatem jest równa:

$$a_f \approx 0,43 \cdot 11677,97 \approx 5000,93.$$

Autorka ma świadomość, iż owo przybliżenie może być dalekie od rzeczywistości, pozostaje jednak mieć nadzieję, że przyjęte założenia upraszczające choć trochę oddają wysokość grzywien wymierzanych przedsiębiorcom za ukrywanie zysku.

Warto jeszcze wspomnieć, że w Polsce z dniem 1 stycznia 2016 r. weszła w życie nowelizacja ustawy o podatku dochodowym od osób fizycznych oraz ustawy – Ordynacja podatkowa, na mocy której nałożono zryczałtowany podatek dochodowy w wysokości 75% podstawy opodatkowania od przychodów niezajdujących pokrycia w ujawnionych źródłach lub pochodzących ze źródeł nieujawnionych⁴³. Na jej mocy przedsiębiorstwo, które zostanie przyłapanie na ukrywaniu dochodów (średni zysk z szarej strefy wynosił $Y_f \alpha_s = 1056,86$ zł), traci [w zł]:

$$0,75 \cdot 1056,86 = 792,64$$

co wydaje się dość mocno zaniżoną kwotą.

43 Dz. U. z 2015 r., poz. 251, art. 25e.

4.4.6. Udział uczciwych urzędników w gospodarce

Do określenia udziału uczciwych urzędników w gospodarce wykorzystano mierniki korupcji. Założono zatem, że stopień skorumpowania występujący w danej gospodarce odzwierciedla natężenie tego zjawiska wśród urzędników publicznych. Wraz ze wzrostem wartości wskaźnika korupcji rośnie więc szansa, że przedsiębiorstwo podczas wypełniania formalności biurokratycznych lub w trakcie inspekcji będzie mieć do czynienia z nieuczciwym urzędnikiem.

W literaturze ekonomicznej i różnych bazach danych można znaleźć liczne propozycje wskaźników korupcji. Jednak znów charakter zjawiska sprawia, iż są to dane wątpliwej jakości. Stąd pojawia się pytanie o wiarygodność i wartość badawczą takich mierników. Autorce wydaje się jednak, że pomimo ich niedoskonałości, stanowią one ważną próbę skwantyfikowania niezwykle trudnego do uchwycenia, ale mocno oddziałującego na procesy gospodarcze zjawiska. Wskaźniki te zostaną zatem wykorzystane jako pewne przybliżenie skali nasilenia korupcji w Polsce.

W badaniu zostanie użyty wskaźnik korupcji tworzony przez Bank Światowy w ramach omawianego już projektu *The Worldwide Governance Indicators* (por. podrozdział 4.2.9). Wśród wymienionych aspektów oceny jakości rządu pojawił się czynnik Kontrola Korupcji (*Control of Corruption*). Odzwierciedla on postrzeganie przez społeczeństwo stopnia, w jakim władza publiczna sprawowana jest dla prywatnych korzyści, wpływu elit i interesów prywatnych na decyzje polityczne⁴⁴. Obejmuje zarówno drobne przypadki nadużycia władzy w celu osiągnięcia prywatnych korzyści, jak i przedsięwzięcia korupcyjne na dużą skalę. Wyznaczany jest na podstawie opinii ekspertów oraz wyników badań ankietowych pochodzących z 14 różnych źródeł, m.in. Economist Intelligence Unit (eksperci), Freedom House (eksperci), Gallup World Poll (ankieta), Business Enterprise Environment Survey (ankieta)⁴⁵. Wartości wskaźnika Kontrola Korupcji (CC) mieszczą się w przedziale od -2,5 do 2,5, zaś w modelu produkcji nierejestrowanej $u \in (0, 1)$, w związku z czym przeliczono wartości zgodnie ze wzorem:

$$u = \frac{CC + 2,5}{5} \in (0, 1)$$

Im CC przyjmuje wyższą wartość, tym lepsza jest w danym kraju kontrola korupcji przez rząd, a zatem gospodarka jest mniej skorumpowana.

Ponieważ w bazach danych można znaleźć także inne propozycje mierników korupcji, oprócz Kontroli Korupcji zebrano wartości dwóch innych popularnych wskaźników:

44 <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#doc> [dostęp: 24.04.2016].

45 <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#reports> [dostęp: 24.04.2016].

1) Indeks Percepcji Korupcji (*The Corruption Perceptions Index*, CPI);
 2) Absencja Korupcji (*Absence of Corruption*, AC);
 w celu przeprowadzenia badania odporności uzyskanych wyników analiz empirycznych na dobór miernika korupcji.

Pierwszy z mierników tworzony jest przez Transparency International – międzynarodową organizację zwalczającą praktyki korupcyjne na świecie. Indeks Percepcji Korupcji tworzy się poprzez agregowanie danych pochodzących z różnych źródeł – od jednostek zaangażowanych w działalność gospodarczą oraz od ekspertów krajowych. Indeks informuje o postrzeganiu przez nich stopnia skorumpowania sektora publicznego w danym kraju. Wskaźnik CPI przyjmuje wartości od 0 (największy stopień skorumpowania) do 100 (wolny od korupcji sektor publiczny)⁴⁶.

Drugi alternatywny miernik – Absencja Korupcji – jest tworzony przez organizację World Justice Project w ramach wyznaczania wspomnianego już wskaźnika *Rule of Law Index* (por. podrozdział 4.2.5). Absencja Korupcji odzwierciedla stopień braku korupcji w różnych instytucjach rządowych i obejmuje trzy formy korupcji: przekupstwo, nieodpowiednie lobby interesów publicznych lub prywatnych oraz sprzeniewierzenie publicznych lub innych środków. Korupcja jest badana w odniesieniu do urzędników państwowych sprawujących władzę wykonawczą, sądownictwa, wojska i policji, władzę ustawodawczą i obejmuje zarówno jej drobne przejawy, jak i nadużycia na dużą skalę⁴⁷. Wskaźnik AC konstruuje się na podstawie opinii reprezentatywnej próby mieszkańców danego kraju i ocen ekspertów. Przyjmuje on wartości od 0 (najwyższa korupcja) do 1 (brak korupcji)⁴⁸.

Wartości wszystkich trzech mierników: Kontroli Korupcji (CC), Indeksu Percepcji Korupcji (CPI) oraz Absencji Korupcji (AC) dla Polski za lata 2004–2015 (w miarę dostępności danych) zaprezentowano w tab. 27.

Tabela 27. Wartości wskaźników korupcji: Kontroli Korupcji (*Control of Corruption*, CC), Indeksu Percepcji Korupcji (*The Corruption Perceptions Index*, CPI) oraz Absencji Korupcji (*Absence of Corruption*, AC) w Polsce w latach 2004–2015

Miernik	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
CC	0,11	0,22	0,17	0,19	0,35	0,37	0,41
Miernik	2011	2012	2013	2014	2015	Średnia	Średnia przeliczona
CC	0,49	0,58	0,55	0,59		0,37	0,57
CPI		50	60	61	62	58,25	0,58
AC			0,72	0,66	0,65	0,68	0,68

Źródło: bazy danych Banku Światowego, Transparency International, World Justice Project, dane za lata 2004–2015.

46 <http://www.transparency.org/cpi2015> [dostęp: 24.04.2016].

47 <http://worldjusticeproject.org/factors/absence-of-corruption> [dostęp: 24.04.2016].

48 <http://worldjusticeproject.org/methodology> [dostęp: 24.04.2016].

4.4.7. Stopa biurokratyczna

Jako wskaźnik stopy biurokratycznej wykorzystano identyczne mierniki, jakie zaproponowano w przypadku modelu pracy nierejestrowanej:

- czas spędzany na spełnianiu wymogów przepisów prawnych [% czasu pracy menadżera wyższego szczebla];
- czas potrzebny na założenie firmy [liczba dni];
- koszt założenia firmy [% dochodu narodowego *per capita*].

Zostały one szczegółowo opisane w podrozdziale 4.2.7, a ich wartości przedstawiono w tab. 15. Pierwszy z tych mierników zostanie potraktowany jako bazowy, zaś dwa pozostałe będą stanowić miary alternatywne, służące do testu odporności.

4.4.8. Efektywność rządu

Podobnie jak w przypadku modelu pracy nierejestrowanej, jako miernik efektywności rządu wykorzystano wskaźnik marnotrawstwa wydatków rządowych (*wastefulness of government spending*) tworzony przez Światowe Forum Ekonomiczne, zaś jako alternatywę miernik Banku Światowego – Efektywność Rządu (*Government Effectiveness*). Zostały one opisane w podrozdziale 4.2.9, a ich wartości zaprezentowane w tab. 17 i 18.

4.4.9. Stopień demokratyczności rządu

Jako miernik stopnia demokratyczności rządu zostaną wykorzystane identyczne wskaźniki, jak w modelu pracy nierejestrowanej:

- Indeks Demokratyczności (*Democracy Index*);

zaś jako miernik bazowy oraz wskaźniki alternatywne w celu sprawdzenia odporności:

- Barometr Demokratyczności (*Democracy Barometer*);
- Ranking Demokratyczności (*Democracy Ranking*).

Opisano je w podrozdziale 4.2.10, zaś wartości zaprezentowano w tab. 19 i 20.

4.4.10. Wysokość łapówki w szarej strefie i strefie oficjalnej gospodarki

Największy problem ze znalezieniem danych pojawił się przy poszukiwaniu informacji odnośnie do kwoty przeciętnej łapówki płaconej skorumpowanym urzędnikom, zarówno podczas wypełniania przez przedsiębiorstwa formalności biurokratycznych w sferze oficjalnej, jak i podczas inspekcji, która wykryła produkcję ukrytą. W związ-

ku z tym zdecydowano się zastosować dość daleką analogię i sprawdzono, czy istnieją jakiegokolwiek szacunki wysokości łapówek w Polsce. Natrafiono wyłącznie na dane pochodzące z Diagnozy Społecznej, w której publikowane są szacunki wysokości wydatków gospodarstw domowych na opłaty nieformalne (łapówki) w ramach wydatków na ochronę zdrowia. Wyznaczane są one na podstawie badań kwestionariuszowych prowadzonych na reprezentatywnej próbie gospodarstw domowych.

Autorka ma świadomość, iż przyrównanie do siebie korupcji w służbie zdrowia z łapownictwem związanym z aktywnością gospodarczą może być zabiegiem nieuprawnionym. W pierwszym z przypadków korupcja może zostać wymuszona przez różne sytuacje zagrażające życiu bądź zdrowiu jednostek. Trudno tu zatem mówić o dążeniu do maksymalizacji zysku, jak ma to miejsce w działalności gospodarczej. Inny może być więc charakter korupcji w służbie zdrowia i w urzędach publicznych. Niestety jednak, wobec braku innych szacunków, zdecydowano się wykorzystać owe dane.

W Diagnozie Społecznej oszacowania wielkości wydatków gospodarstw domowych na łapówki w służbie zdrowia wyznaczane są na podstawie pytania z kwestionariusza z części K. „Ochrona zdrowia” postaci:

3. Ile gospodarstwo domowe wydało w sumie (w złotych) w ostatnich 3 miesiącach na:
- 3.2. opłaty nieformalne, które miały sprawić, że opieka będzie lepsza lub szybciej udzielona _ _ _ _ _ zł

Pytanie jest tak skonstruowane, że nie wiadomo dokładnie, czy podana przeciętna wysokość wydatków na opłaty nieformalne dotyczy pojedynczej łapówki, czy też w ciągu tych trzech miesięcy była ona płacona kilkakrotnie, a w związku z tym stanowi łączne opłaty korupcyjne. Tym niemniej, sam kierownik badania prof. Janusz Czapiński w jednym z wywiadów stwierdza, iż: „Wysokość przeciętnej łapówki przekracza 370 złotych”⁴⁹. W niniejszej analizie średnie wydatki nieformalne gospodarstw domowych na ochronę zdrowia interpretowane będą więc jako przeciętna łapówka w służbie zdrowia. Jej wysokość dla Polski w latach 2005–2015 przedstawiono w tab. 28.

Tabela 28. Średnie łapówki [zł] w służbie zdrowia w Polsce

Miernik	2005	2007	2009	2011	2013	2015	Średnia
Łapówki w cenach bieżących [zł]	169	312	475	309	273	377	319,17
Łapówki w cenach stałych z 2014 r. [zł]	211,27	376,76	531,86	323,32	273,00	380,42	349,44

Źródło: dane z Diagnozy Społecznej 2015.

49 <http://www.medexpress.pl/system/prof-czapiński-rosna-lapowki-dla-lekarzy/62369/> [dostęp: 27.04.2016].

Zgodnie z danymi z tab. 28 średnia łapówka płacona przez gospodarstwa domowe w Polsce na ochronę zdrowia wynosiła ok. 349,44 zł, co stanowi ok. 10,6% ich skorygowanego wynagrodzenia oficjalnego. Ponieważ do modelu produkcji nierejestrowanej poszukiwane są rozmiary łapówek płacone przez przedsiębiorstwa, zestawiono ten udział z wysokością oficjalnego zysku typowego przedsiębiorstwa ($Y_f(1 - \alpha_s) = 11677,97$ zł), otrzymując⁵⁰:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_f &= 11677,97 \cdot 0,106 \approx 1237,92 \text{ [zł]} \\ k_f &= 10,6 \text{ [%]}\end{aligned}$$

Owe wielkości zostaną przyjęte jako mocno niedoskonałe i stanowiące odległe przybliżenie szacunków wartości parametrów związanych ze zjawiskiem korupcji w modelu produkcji ukrytej.

4.5. Kalibracja wartości pozostałych parametrów modelu produkcji ukrytej

Zebrane szacunki wielkości zmiennych i parametrów modelu produkcji nierejestrowanej zaprezentowano w tab. 29. Zostaną one wykorzystane do skalibrowania wartości pozostałych parametrów. Natomiast w tab. 30 wyszczególniono alternatywne mierniki parametrów b_p , ψ_p , η_f oraz u_p , które posłużą do zbadania odporności wyników kalibracji.

Tabela 29. Zebrane wartości mierników zmiennych i parametrów dla modelu produkcji nierejestrowanej dla Polski

Zmienne	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
α_s^*	(0, 1), [% PKB]	Produkcja ukryta	2004–2013	0,091
τ_f^*	(0, 1)	Całkowita stopa opodatkowania	2005–2015	0,42
Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
Y_f	(0, ∞), [zł]	Łączny zysk przedsiębiorstwa z procesu produkcyjnego	2009–2013	12734,8
p_f	(0, 1)	Skuteczność egzekwowania regulacji rządowych	2013–2015	0,6

50 Dla uproszczenia założono, że opłaty korupcyjne w szarej strefie i sektorze oficjalnym gospodarki są proporcjonalne względem siebie.

Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
a_f	$(0, \infty)$, [zł]	Przeliczona średnia ważona grzywna nakładana przez PIP, sąd	2008–2014	5000,93
u_f	[0, 1]	Kontrola Korupcji	2004–2014	0,57
b_f	[0, 1)	Czas spędzany na spełnianiu wymogów przepisów prawnych	2009, 2013	0,16
ψ_f	[0, 1]	Marnotrawstwo wydatków rządowych	2006–2015	0,32
η_f	(0, 1)	Indeks Demokratyczności	2006, 2008, 2010–2015	0,72
\tilde{a}_f	$(0, \infty)$, [zł]	Przeliczone średnie łapówki w służbie zdrowia	2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015	1237,92
k_f	[0, 1)	Przeliczony udział średnich łapówek w służbie zdrowia w dochodach przedsiębiorstw	2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015	0,11

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 30. Alternatywne mierniki wybranych parametrów modelu produkcji nierejestrowanej dla Polski

Parametry	Przedział wartości, jednostki	Miernik	Średnia za lata	Wartość
b_f	[0, 1)	Czas potrzebny na założenie firmy	2004–2015	0,14
b_f	[0, 1)	Koszt założenia firmy	2004–2015	0,16
ψ_f	[0, 1]	Efektywność Rządu	2004–2014	0,62
η_f	(0, 1)	Barometr Demokratyczności	2004–2014	0,54
η_f	(0, 1)	Ranking Demokratyczności	2008–2014	0,70
u_f	[0, 1]	Indeks Percepcji Korupcji	2012–2015	0,58
u_f	[0, 1]	Absencja Korupcji	2013–2015	0,68

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w modelu pracy nierejestrowanej, nie udało się dotrzeć do bazy danych, która zawierałaby choćby przybliżone szacunki wartości dwóch pozostałych parametrów:

- 1) $\lambda_f \in (0, \infty)$ – ograniczenia w dostępie do dóbr i usług publicznych dla przedsiębiorstw wytwarzających produkcję ukrytą;
- 2) $D_f \in (0, \infty)$ – parametr techniczny, który służy do przeliczenia wartości w funkcji celu rządu.

W związku z tym zdecydowano się skalibrować wartości tych dwóch parametrów, posługując się szacunkami zmiennych i parametrów przedstawionymi w tab. 29. Wyznaczono wartości λ_f i D_f , które minimalizują odległość stanu równowagi Nasha (α_s^* , τ_f^*), wynikającego z modelu produkcji ukrytej od zaobserwowanych w gospodarce rzeczywistych poziomów produkcji nierejestrowanej i opodatkowania uśrednionych za lata 2004–2015. W wyniku kalibracji otrzymano⁵¹:

$$\lambda_f \approx 4905,82$$

oraz

$$D_f \approx 7910,55$$

Parametr D_f nie posiada sensownej interpretacji ekonomicznej, natomiast za pomocą λ_f można wyznaczyć udział dóbr i usług publicznych niedostępnych dla przedsiębiorstw wytwarzających ok. 9,05% produkcji ukrytej:

$$\frac{\lambda_f \alpha_s}{\psi_f G_f} \cdot 100\% \approx 29,03\%$$

Wynika stąd wnioski, że przedsiębiorstwo, które ukrywa ok. 9,05% swojej łącznej produkcji nie ma dostępu do ok. 29% dóbr i usług wytwarzanych przez rząd.

Ze względu na liczne problemy związane z doбором mierników determinant produkcji ukrytej dodatkowo przeprowadzono badanie odporności uzyskanych wyników kalibracji na dobór wskaźników w przypadku parametrów b_p , ψ_f , η_f oraz u_f . Wyniki tej analizy zaprezentowane zostały w tab. 31.

Tabela 31. Badanie odporności wyników kalibracji na zmianę mierników poszczególnych parametrów modelu produkcji nierejestrowanej

Wartość wskaźnika	Miernik u_f	λ_f	D_f	Niedostępne dobra publiczne
0,57	Kontrola Korupcji	4905,82	7910,55	29,03%
0,58	Indeks Percepcji Korupcji	4896,56	7910,55	28,97%
0,68	Absencja Korupcji	4800,24	7910,55	28,39%

51 Do wykonania kalibracji posłużono się dodatkiem Solver z programu Excel.

Wartość wskaźnika	Miernik η_f	λ_f	D_f	Niedostępne dobra publiczne
0,72	Indeks Demokratyczności	4905,82	7910,55	29,03%
0,54	Barometr Demokratyczności	4905,81	17067,33	29,03%
0,70	Ranking Demokratyczności	4905,82	8642,48	29,03%
Wartość wskaźnika	Miernik b_f	λ_f	D_f	Niedostępne dobra publiczne
0,16	Czas spędzany na spełnianiu wymogów	4905,82	7910,55	29,03%
0,14	Czas potrzebny na założenie firmy	4713,30	7910,54	27,89%
0,16	Koszt założenia firmy	4916,33	7910,56	29,09%
Wartość wskaźnika	Miernik ψ_f	λ_f	D_f	Niedostępne dobra publiczne
0,32	Marnotrawstwo wydatków rządowych	4905,82	7910,55	29,03
0,62	Efektywność Rządu	3402,33	14114,91	10,31

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie analizy odporności wyciągnięto następujące wnioski:

1. Dla parametrów b_f oraz u_f przyjęcie innych mierników nie spowodowało istotnych zmian w skalibrowanych wartościach λ_f i D_f .
2. Zmiana miernika parametru η_f nie spowodowała istotnych zmian w wynikach kalibracji λ_f , ale znacząco wpłynęła na wartość parametru D_f . Możliwe że jest to efekt występowania tych dwóch parametrów obok w sobie w skonstruowanej funkcji celu rządu $F_{g,f}$.
3. Przyjęcie odmiennego miernika efektywności rządu ψ_f znacząco zmieniło wyniki kalibracji zarówno w przypadku parametru λ_f , jak i D_f . Wy tłumaczenia można szukać w znacząco różnych wartościach, jakie te dwa wskaźniki przyjmują – średni poziom miernika marnotrawstwa wydatków rządowych za lata 2004–2015 dla Polski jest równy 0,32, podczas gdy Efektywności Rządu szacowany jest na 0,62.

Niestety, wyniki przeprowadzonej kalibracji wartości parametrów λ_f i D_f okazały się nie być odporne na wybór niektórych z mierników – wskaźnika efektywności rządu ψ_f oraz stopnia demokratyczności η_f sprawowanej władzy. Wynika to niewątpliwie z trudności pomiaru tych dwóch czynników. Proponowane mierniki są wątpliwej jakości, często są konstruowane na podstawie subiektywnych opinii respondentów lub ekspertów. W rezultacie otrzymywane wartości tych wskaźników znacznie się od siebie różnią i trudno określić, który z nich generuje bardziej wiarygodne szacunki.

4.6. Podsumowanie

W tym rozdziale szczegółowo omówiono wybór statystycznych odpowiedników parametrów modeli pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej. Przez wzgląd na analizę szarej strefy gospodarki jako zjawiska długookresowego, opartą na skonstruowanych modelach statycznych, przyjęto dla każdego parametru średnią wartość ze wszystkich dostępnych danych z lat 2004–2015 dla wybranego wskaźnika. Następnie skalibrowano wartości parametrów, których nie można było przybliżyć żadnym istniejącym miernikiem. Kalibrację przeprowadzono w ten sposób, aby poziomy zmiennych decyzyjnych w stanie równowagi Nasha były możliwie najbardziej zbliżone do danych rzeczywistych dla polskiej gospodarki. Na podstawie wyników kalibracji można wysnuć pewne wnioski dotyczące stopnia ograniczonego dostępu jednostek prowadzących działalność w szarej strefie do dóbr i usług publicznych. Gospodarstwa domowe spędzające 3,8% czasu na pracy w szarej strefie nie miały dostępu do ok. 11,6% dóbr i usług publicznych dostarczanych przez rząd, podczas gdy przedsiębiorstwa ukrywające 9,1% produkcji – do ok. 29%. Wyniki te nie są jednak w pełni odporne na wybór mierników parametrów.

Należy raz jeszcze podkreślić, iż jakość mierników niektórych parametrów jest mocno dyskusyjna i może budzić liczne zastrzeżenia oraz wątpliwości. Wynika to z faktu, że wiele determinant aktywności nierejestrowanej stanowią czynniki o charakterze jakościowym, takie jak np. poziom biurokracji, korupcja, efektywność rządu czy *tax morale* społeczeństwa, które wiążą się z poważnymi problemami pomiarowymi. Zdaje się to potwierdzać także samo porównanie wartości różnych mierników tworzonych przez odmienne instytucje, ośrodki naukowe czy badaczy, które często wskazują na zupełnie odmienną skalę danego zjawiska w badanej gospodarce. Problem ten jawi się jako szczególnie istotny w kontekście zaprezentowanych w tym rozdziale analiz odporności wyników kalibracji na wybór miernika.

Rozdział 5

Analizy scenariuszowe dla polskiej gospodarki

5.1. Wprowadzenie

Dla przypomnienia oszacowane i skalibrowane wartości parametrów i zmiennych dla modelu pracy nierejestrowanej i modelu produkcji ukrytej zaprezentowano w tab. 32.

Tabela 32. Przyjęte wartości zmiennych i parametrów modelu pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej

Model pracy nierejestrowanej		Model produkcji ukrytej	
zmienne	wartość	zmienne	wartość
L_s^*	0,038	α_s^*	0,091
τ^*	0,35	τ_f^*	0,42
parametry	wartość	parametry	wartość
w_r	3424,87	Y_f	12734,8
w_s	3418,98	p_f	0,6
p	0,6	a_f	5000,93
a	1411,65	u_f	0,57
b	0,16	b_f	0,16
m	1,87	ψ_f	0,32
ψ	0,32	η_f	0,72
η	0,72	\tilde{a}_f	1237,92
λ	1131,24	k_f	0,11
D	2680,19	λ_f	4905,82
		D_f	7910,55

Źródło: opracowanie własne.

Zostaną one użyte w tym rozdziale do przeprowadzenia prostych analiz empirycznych dla gospodarki Polski¹. Ponieważ wykorzystane szacunki stanowiły – w miarę dostępności danych – wartość średnią z lat 2004–2015, wszelkie interpretacje dotyczą przeciętnych długookresowych zmian wielkości pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej.

Przyjęcie konkretnych wartości parametrów pozwala na przeprowadzenie analizy wrażliwości, która oprócz określenia kierunku zmiany równowagowych rozmiarów szarej gospodarki i stóp podatkowych dostarcza informacji również o poziomie oczekiwanej nowej równowagi. Co więcej, umożliwia też zbadanie wpływu jednoczesnej zmiany wartości kilku parametrów modelu na wysokość pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej. Możliwe jest zatem przeprowadzenie konkretnych analiz scenariuszowych ilustrujących wprowadzenie danej strategii polityki gospodarczej.

5.2. Analiza wrażliwości modelu pracy nierejestrowanej

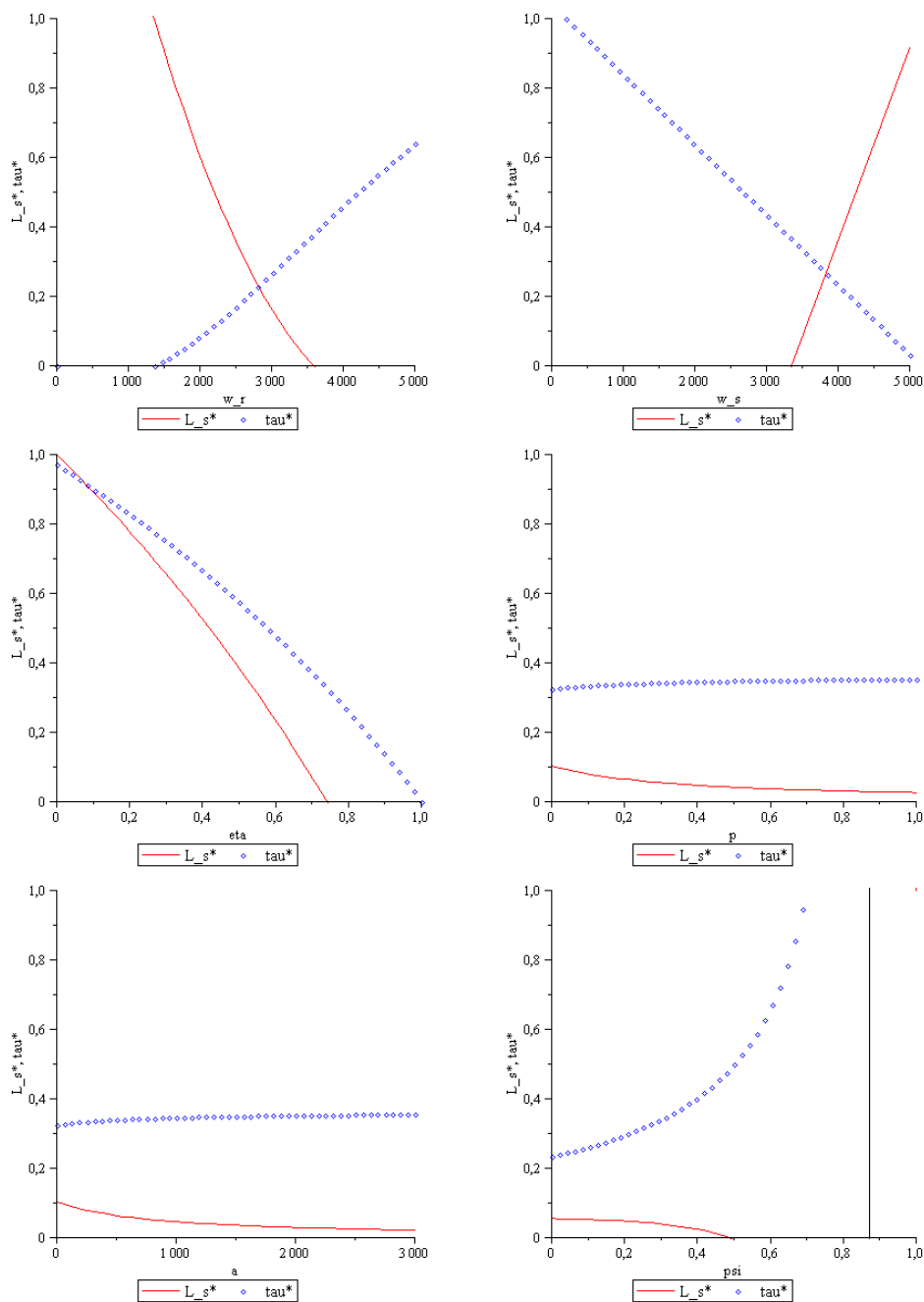
Statyka porównawcza równowagi modelu teoretycznego pracy nierejestrowanej omówiona w rozdziale trzecim posłużyła do określenia kierunku wpływu zmiany wartości pojedynczego parametru na optymalne rozmiary pracy „na czarno” i stopy opodatkowania dochodów gospodarstw domowych². Przyjęcie konkretnych szacunków parametrów umożliwia ocenę siły tych zmian. Należy jednak mieć w pamięci, że przyjęte wskaźniki były mocno niedoskonałe, często bowiem dotyczyły czynników trudnych do skwantyfikowania, dlatego należy zachować ostrożność interpretacyjną co do otrzymanych wyników.

Ponieważ zależność między równowagowym poziomem pracy nierejestrowanej (lub opodatkowania) i różnymi parametrami nie jest liniowa, wyznaczenie wartości mnożników nie jest możliwe. W związku z tym zaprezentowane zostały zmiany optymalnych rozmiarów pracy „na czarno” oraz stopy podatkowej na skutek przykładowego przyrostu wartości danego parametru, co ilustruje tab. 33.

Dodatkowo, w celu zobrazowania nieliniowości wpływu zmian poszczególnych parametrów na równowagowe wielkości pracy nierejestrowanej i stopy podatkowej stworzono wykresy przedstawiające zależność L_s^* i τ^* od wartości pojedynczych parametrów.

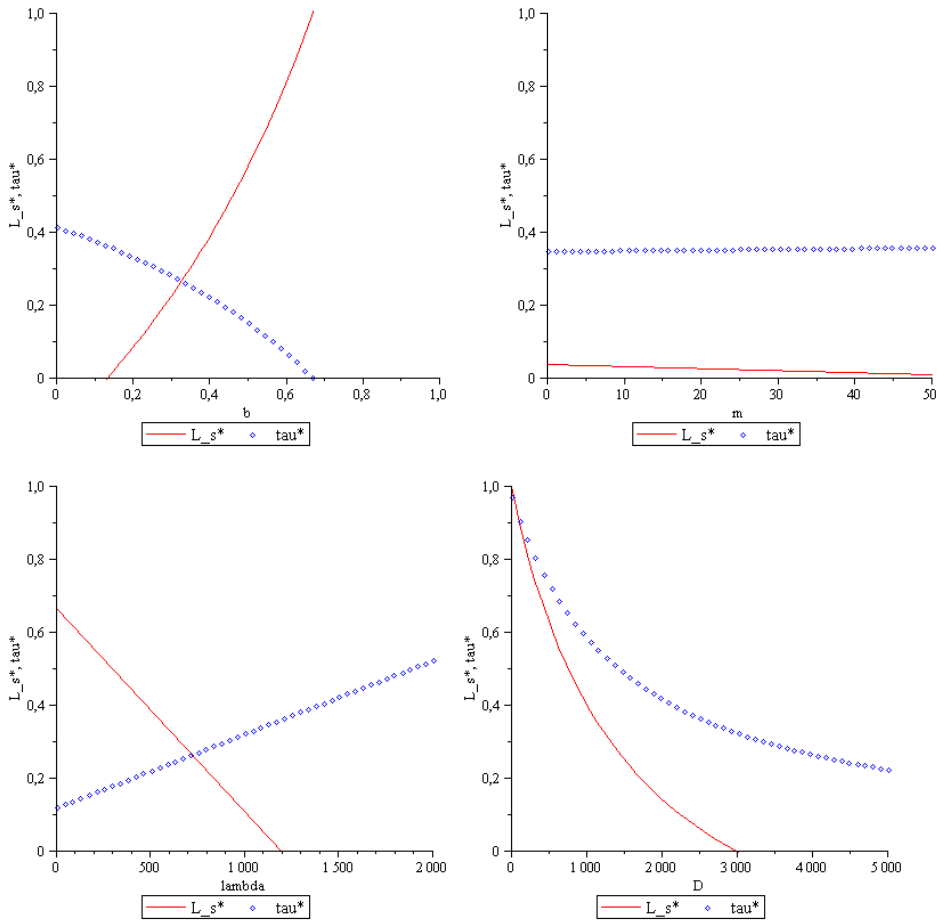
1 Można potraktować uzyskane wyniki tych analiz jako prognozy wielkości szarej strefy dla Polski. Przegląd różnych metod prognozowania i ich skuteczności znaleźć można w publikacjach takich autorów, jak Maciejewski i Greszta (2005), Milo (2002), Welfe (2009).

2 Zostało to zaprezentowane w tab. 6.



Rysunek 19. Wpływ odpowiednio parametrów w_r , w_s , η , p , a , ψ na równowagę poziomy pracy nierejestrowanej i stopy opodatkowania

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Maple.



Rysunek 20. Wpływ odpowiednio parametrów b , m , λ , D na równowagowe poziomy pracy nierejestrowanej i stopy opodatkowania

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Maple.

Tabela 33. Reakcja optymalnych rozmiarów pracy nierejestrowanej L_s^* oraz opodatkowania τ^* na skutek zmiany wartości poszczególnych parametrów dla modelu teoretycznego oraz dla modelu z oszacowanymi wartościami parametrów

Parametr x	Model teoretyczny, statyka porównawcza		Model po oszacowanych i skalibrowanych wartościach parametrów dla Polski					
	$\frac{\partial L_s^*}{\partial x}$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial x}$	Δx	ΔL_s^*	$\Delta \tau^*$	Δx	ΔL_s^*	$\Delta \tau^*$
w_r	?	> 0	50	-1,29	0,99	-50	1,33	-0,99
w_s	> 0	< 0	50	2,77	-1,01	-50	-2,77	1,01

Parametr x	Model teoretyczny, statyka porównawcza		Model po oszacowanych i skalibrowanych wartościach parametrów dla Polski					
	$\frac{\partial L_s^*}{\partial x}$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial x}$	Δx	ΔL_s^*	$\Delta \tau^*$	Δx	ΔL_s^*	$\Delta \tau^*$
p	< 0	> 0	0,1	-0,36	0,13	-0,10	0,45	-0,16
a	< 0	> 0	1000	-1,17	0,43	-1000	3,10	-1,13
b	> 0	< 0	0,01	1,24	-0,45	-0,01	-1,23	0,45
λ	< 0	> 0	10	-0,55	0,20	-10	0,55	-0,20
m	< 0	> 0	10	-0,55	0,20	-10	0,55	-0,20
ψ	?	?	0,01	-0,13	0,57	-0,01	0,12	-0,55
D	< 0 ⁱ	< 0	100	-1,26	-0,82	-100	1,33	0,86
η	< 0 ⁱ	< 0	0,01	-1,73	-1,11	-0,01	1,71	1,11

ⁱ Dla drugiego przypadku $1 - b - \psi < 0$ zachodziło: $\frac{\partial L_s^*}{\partial D} > 0$ oraz $\frac{\partial L_s^*}{\partial \eta} > 0$.

Źródło: obliczenia własne.

Zaprezentowane rys. 19 i 20 oraz tab. 33 mogą posłużyć do oceny wrażliwości stanu równowagi Nasha w modelu pracy nierejestrowanej na pojedyncze, nieznaczące zmiany wartości parametrów modelu. Wszystkie obliczenia i rysunki przygotowywane były przy użyciu danych zgromadzonych dla gospodarki Polski i opisanych szczegółowo w rozdziale czwartym. Dzięki przeprowadzonym obliczeniom można wyciągnąć pewne wnioski dotyczące siły wpływu zmian wartości pojedynczych parametrów na poziom pracy nierejestrowanej lub stopień obciążenia podatkowego gospodarstw domowych. O sile wpływu informuje przede wszystkim nachylenie krzywych przedstawionych na rys. 19 i 20 w okolicy przyjętych wartości danego miernika. I tak, zauważono, że:

1. Równowagowy poziom pracy nierejestrowanej i stopy podatkowej jest relatywnie niewrażliwy na drobne, długookresowe zmiany parametrów p , a i m . W przypadku tych parametrów nawet spore zmiany, przekraczające np. 50% wielkości danego parametru, nie spowodują dużych przyrostów wartości zmiennych L_s^* oraz τ^* w równowadze.
2. W przypadku parametru ψ można dostrzec dużą wrażliwość zmiennych L_s^* oraz τ^* na długookresową dodatnią zmianę jego wartości, a także relatywnie niewielką na spadek poziomu tego parametru. Oznacza to, że przy ewentualnym podniesieniu stopnia efektywności wydatków rządowych będzie można zauważyć znaczną redukcję aktywności nierejestrowanej i wyraźny przyrost obciążeń podatkowych. Jeżeli jednak zwiększeniu ulegnie marnotrawstwo środków publicznych przez rząd, to można się spo-

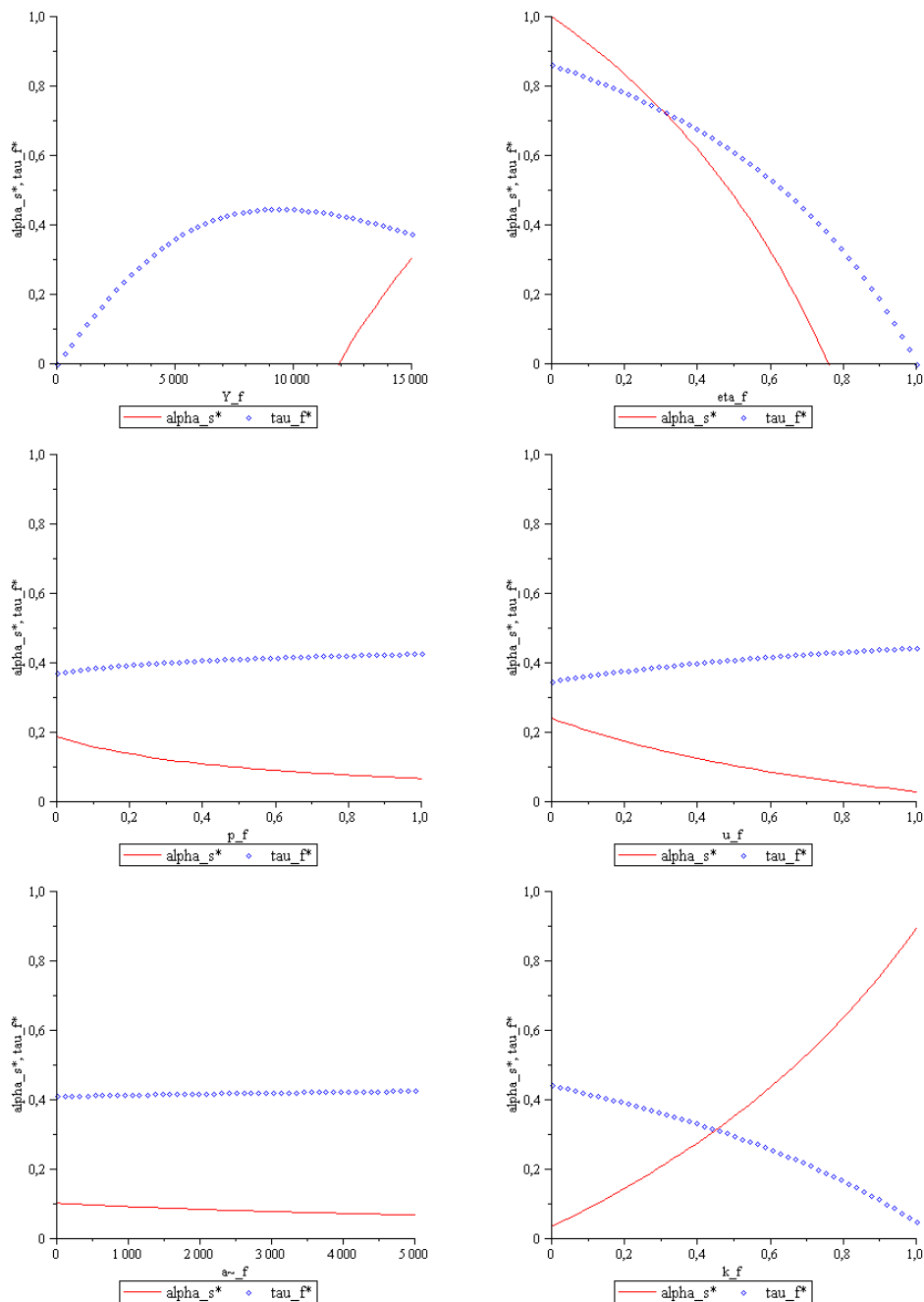
dziewać, że zmiana wielkości pracy nierejestrowanej oraz stopy podatkowej będzie stosunkowo mniejsza.

3. Podniesienie lub obniżenie wartości parametrów w , w_s , η , b , λ oraz D , przy przyjętych ustalonych poziomach pozostałych parametrów, okazuje się mieć relatywnie duży wpływ na wartości równowagowe. Oznacza to, że nawet małe długookresowe zmiany w wielkościach tych parametrów mogą – w zależności od sytuacji – owocować względnie dużymi zmianami poziomów pracy nierejestrowanej i obciążeń podatkowych. Wyniki te zdaje się potwierdzać tab. 33, w której pokazano, że drobne, uznaniowe zmiany wartości wymienionych parametrów skutkują relatywnie znacznymi zmianami poziomów zmiennych w równowadze.

Oczywiście należy pamiętać, iż zgodnie z obliczeniami zawartymi w rozdziale trzecim siła reakcji rozmiarów L_s^* oraz τ^* w równowadze Nasha na zmiany wielkości każdego z parametrów jest mocno zależna od wartości pozostałych parametrów. Przy przyjętym innym zestawie mierników i wartości (np. dla innej gospodarki niż polskiej lub uśrednionych za inny okres czasu) stopień tego wpływu może być zupełnie inny.

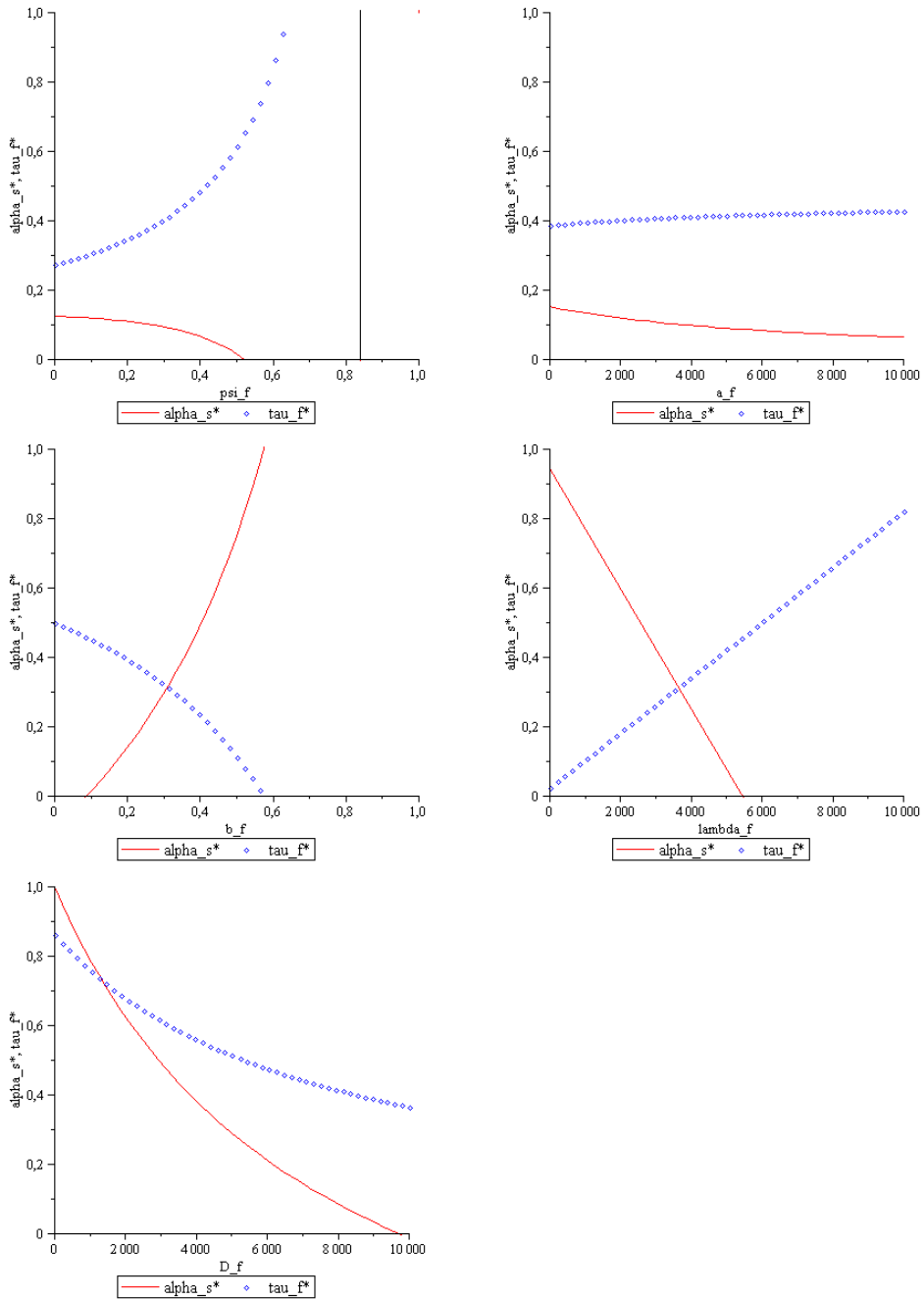
5.3. Analiza wrażliwości modelu produkcji nierejestrowanej

Analogicznie jak w przypadku modelu pracy nierejestrowanej, w modelu produkcji ukrytej przeprowadzono analizę wrażliwości uzyskanych równowagowych wartości stopy opodatkowania zysku przedsiębiorstw τ_f^* i udziału produkcji ukrytej α_s^* na niewielkie zmiany wielkości parametrów modelu. Podobnie jak poprzednio, analizę przeprowadzono w dwojaki sposób. Po pierwsze, wprowadzono drobne, uznaniowe zmiany wartości poszczególnych parametrów (przy pozostałych parametrach niezmiennych), co pozwoliło zaobserwować konkretne przyrosty α_s^* oraz τ_f^* . Wyniki tych obliczeń zawiera tab. 34. Po drugie, traktując poziom równowagowy produkcji ukrytej oraz stopy podatkowej jako funkcję jednoargumentową zależną od pojedynczego parametru modelu, zobrazowano jego wpływ na wielkość tych zmiennych w równowadze. Wykresy te przedstawiono na rys. 21 i 22. Oczywiście raz jeszcze warto wspomnieć, że eksperymenty te należy traktować z dużą dozą ostrożności interpretacyjnej ze względu na dyskusyjne liczbowe wartości wykorzystywanych mierników.



Rysunek 21. Wpływ odpowiednio parametrów Y_f , η_f , p_f , u_f , \tilde{a}_f , k_f na równowagę poziomy produkcji ukrytej i stopy opodatkowania zysków przedsiębiorstw

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Maple.



Rysunek 22. Wpływ odpowiednio parametrów $\psi_f, a_f, b_f, \lambda_f, D_f$ na równowagowe poziomy produkcji ukrytej i stopy opodatkowania zysków przedsiębiorstw

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Maple.

Tabela 34. Reakcja optymalnych rozmiarów produkcji ukrytej α_s^* oraz opodatkowania zysku τ_f^* na skutek zmiany wartości poszczególnych parametrów dla modelu teoretycznego oraz dla modelu z oszacowanymi wartościami parametrów

Parametr x	Model teoretyczny, statyka porównawcza		Model po oszacowanych i skalibrowanych wartościach parametrów dla Polski					
	$\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial x}$	$\frac{\partial \tau_f^*}{\partial x}$	Δx	$\Delta \alpha_s^*$	$\Delta \tau_f^*$	Δx	$\Delta \alpha_s^*$	$\Delta \tau_f^*$
Y_f	$>0^i$?	100	1,05	-0,16	-100	-1,06	0,15
p_f	<0	>0	0,1	-0,72	0,33	-0,1	0,86	-0,39
a_f	<0	>0	1000	-0,68	0,31	-1000	0,80	-0,37
\tilde{a}_f	<0	>0	1000	-0,74	0,34	-1000	0,88	-0,40
k_f	>0	<0	0,05	2,81	-1,29	-0,05	-2,69	1,24
u_f	$<0^{ii}$	$>0^{ii}$	0,1	-1,68	0,77	-0,1	1,88	-0,86
b_f	>0	<0	0,01	1,30	-0,60	-0,01	-1,28	0,59
λ_f	<0	>0	100	-1,74	0,80	-100	1,74	-0,80
ψ_f	?	?	0,05	-1,30	3,93	-0,05	0,99	-3,26
D_f	$<0^{iii}$	<0	500	-2,69	-1,32	-500	2,87	1,41
η_f	$<0^{iii}$	<0	0,01	-2,20	-1,08	-0,01	2,16	1,06

ⁱ Wyłącznie dla pierwszego przypadku $\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$.

ⁱⁱ Przy dodatkowym założeniu $a_f(1 - \psi_f) - \tilde{a}_f > 0$.

ⁱⁱⁱ Dla drugiego przypadku $\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$ zachodziło: $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial D_f} > 0$ oraz $\frac{\partial \alpha_s^*}{\partial \eta_f} > 0$.

Źródło: obliczenia własne.

Podobnie jak w przypadku poprzedniego modelu, tak i tym razem zaprezentowane rys. 21 i 22 oraz tab. 34 mogą posłużyć do oceny wrażliwości stanu równowagi Nasha modelu produkcji ukrytej na pojedyncze zmiany wartości parametrów modelu. Wszystkie obliczenia i rysunki zostały wykonane na podstawie uśrednionych danych zgromadzonych dla gospodarki Polski, opisanych szczegółowo w rozdziale czwartym. Analizując wyniki zaprezentowane w tab. 34 oraz na rys. 21 i 22, można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Równowagowy poziom produkcji ukrytej i stopy podatku od zysku jest relatywnie niewrażliwy na niewielkie, długookresowe zmiany wartości parametrów p_f , u_f , a_f oraz \tilde{a}_f . W przypadku tych parametrów nawet relatywnie znaczne przyrosty, przekraczające np. 50% wielkości danego parametru, nie spowodują dużych zmian w poziomach równowagowych stopy opodatkowania zysku τ_f^* i produkcji ukrytej α_s^* .

2. Podobnie jak w modelu pracy nierejestrowanej, tak i w tym przypadku, analizując parametr ψ_p , dostrzec można dużą wrażliwość zmiennych α_s^* oraz τ_f^* na długookresową dodatnią zmianę wartości parametru, a także relatywnie niewielką – na ujemną. Oznacza to, że zwiększenie udziału użytecznych wydatków publicznych będzie prowadzić do relatywnie dużego spadku rozmiarów produkcji nierejestrowanej i znacznego przyrostu obciążeń podatkowych. Natomiast zmniejszenie efektywności rządu (mierzonej ψ_f) doprowadzi do względnie niższych zmian poziomów zmiennych równowagowych.
3. Interesujące rezultaty przynosi analiza przeprowadzona dla parametru Y_f . W zależności od jego wielkości (jak też od wartości pozostałych parametrów) wpływ zmian jego długookresowego poziomu na stopę opodatkowania może być zarówno dodatni, jak i ujemny. W okolicach równowagi Nasha, wyznaczonej dzięki przyjętym oszacowaniom parametrów modelu dla gospodarki Polski, wpływ ten jest jednak ujemny – im wyższy jest osiągany przez przedsiębiorstwa łączny zysk, tym niższą stopę opodatkowania ustanawia rząd.
4. Podniesienie lub obniżenie wartości parametrów η_f , k_p , b_p , λ_f oraz D_f (przy ustalonych poziomach pozostałych parametrów) okazuje się mieć relatywnie duży wpływ na wartości równowagowe. Zatem nawet małe długookresowe zmiany w wartościach tych parametrów prowadzą do względnie dużych zmian poziomów produkcji ukrytej oraz obciążeń podatkowych.

Otrzymane wyniki są słuszne wyłącznie w ramach przyjętych wartości parametrów dla Polski. Stopień reakcji równowagowych poziomów produkcji ukrytej i obciążeń podatkowych na zmiany wielkości każdego z parametrów jest mocno zależny od wartości pozostałych parametrów. Gdyby zdecydowano się np. na inny zestaw mierników, wówczas zmiany równowagowych poziomów produkcji ukrytej i stopy opodatkowania mogłyby być odmienne od otrzymanych.

5.4. Analizy scenariuszowe

Skonstruowane i skalibrowane w poprzednich rozdziałach modele pracy nierejestrowanej oraz produkcji ukrytej zostaną w tym podrozdziale wykorzystane w celu przeprowadzenia analiz scenariuszowych efektów polityki gospodarczej. Z przeglądu literatury opisanej w rozdziale pierwszym wynika bowiem, że jest wiele różnych determinant szarej strefy gospodarki, które pociągają za sobą możliwość odmiennego ukierunkowania polityki gospodarczej i społecznej. Różne efekty może więc przynieść polityka skoncentrowana na zwalczaniu korupcji, a jeszcze inne – polityka zorientowana na wysokie kary za prowadzenie działalności nierejestrowanej. Dodać należy, że efekty danej polityki gospodarczej mogą

być mocno zależne od specyfiki analizowanej gospodarki, w tym przypadku Polski. Innymi słowy – rozwiązania, które sprawdziły się w niektórych krajach, mogą być nieskuteczne w innych.

Każdy z proponowanych scenariuszy będzie analizowany w trzech wariantach:

- 1) optymistycznym – zakładającym możliwość znacznego wpływu polityki gospodarczej na daną determinantę szarej gospodarki; tym samym przyjęto, że polska gospodarka zbliży się do najwyższych notowanych na świecie wartości danych parametrów;
- 2) realistycznym – zakładającym możliwość umiarkowanego wpływu polityki gospodarczej na daną determinantę szarej gospodarki; scenariusz ten jest wariantem pośrednim pomiędzy optymistycznym a pesymistycznym;
- 3) pesymistycznym – zakładającym możliwość nieznacznego wpływu polityki gospodarczej na daną determinantę szarej gospodarki; oznacza to, że ukierunkowane działania przynoszą jedynie drobne zmiany wartości parametrów gospodarki.

Dla każdego scenariusza i wariantu zaprezentowane zostaną zmodyfikowane równowagowe wartości pracy nierejestrowanej (produkcji ukrytej) oraz obciążeń podatkowych gospodarstw domowych (przedsiębiorstw), które będą obrazować efekt wprowadzenia danej polityki gospodarczej.

Oczywiście wyniki obliczeń według proponowanych scenariuszy oraz ich kolejnych wariantów stanowią wyłącznie ilustracje kilku wybranych, sformułowanych przez autorkę, schematów realizacji danych koncepcji polityki gospodarczej. Należy je zatem traktować jako wstępne wyniki badań, które mogą ulegać znacznym modyfikacjom i skonkretyzowaniu w postaci scenariuszy bardziej odpowiadających rzeczywistej sytuacji gospodarczej oraz planom organów sprawujących władzę. Ponadto należy pamiętać o wadach modeli teoretycznych, na podstawie których prowadzone są te analizy, a także o słabościach przyjętych szacunków parametrów.

5.4.1. Scenariusz 1 – rozwiązania francuskie

W tym scenariuszu założono, że działania rządu koncentrują się na oddziaływaniu na publiczne postrzeganie aktywności nierejestrowanej i uświadamianiu jednostek o jej skutkach i negatywnych konsekwencjach. Uruchamiana jest zatem kampania społeczna, której celem jest zniechęcenie podmiotów gospodarczych do działalności w szarej strefie oraz zmniejszenie powszechnej akceptacji dla tego typu praktyk „jazdy na gapę”. Jednocześnie akcentowane są korzyści płynące z płacenia podatków oraz kreowanych z nich dóbr i usług publicznych. A zatem działania polityki gospodarczej nakierowane są na zwiększanie *tax morale* społeczeństwa. Oprócz tego podniesieniu ulegają grzywny nakładane za działalność w szarej gospodarce w celu dodatkowego odstraszenia od jej prowadzenia. Podsumowując, można powiedzieć, że powyższy scenariusz opiera się oddziaływa-

niu na dwie determinanty szarej strefy: *tax morale* i wysokość kary a (a_f w modelu produkcji ukrytej). Podobne rozwiązanie zostało wprowadzone we Francji (por. Mirosław, 2009). Rozważono następujące przypadki:

1. Wariant optymistyczny – poziom *tax morale* zbliża się do modelu gospodarki japońskiej, w której szacuje się, że występuje jedna z najwyższych na świecie wewnętrznych motywacji społeczeństwa do płacenia podatków. W latach 2005–2009 oraz 2010–2014 w Japonii odnotowano średnią wartość wskaźnika *tax morale* = 1,385, co po przeliczeniu dało $m = 14,85$. Natomiast wysokość grzywnien za aktywność nierejestrowaną uległa podwojeniu.
2. Wariant pesymistyczny – kampania społeczna przyniosła mizerne skutki i wartość *tax morale* wzrosła jedynie o 10%. Podobnie, kary podniesiono wyłącznie o 10%.
3. Wariant realistyczny – zmianie uległy zarówno kary, jak i *tax morale* społeczeństwa, jednak nie udało się zrealizować modelu japońskiego – *tax morale* wzrosło dwukrotnie, zaś kary powiększono o 50%.

Wyniki analiz scenariuszowych dla obu modeli zaprezentowano w tab. 35.

Tabela 35. Wyniki analizy dla scenariusza 1

MODEL PRACY NIEREJESTROWANEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
L_s^*	3,75%	1,85%	2,76%	3,51%
τ^*	35,02%	35,71%	35,38%	35,11%
ΔL_s^* w p.p.	–	–1,90	–0,99	–0,24
$\Delta \tau^*$ w p.p.	–	0,69	0,36	0,09
m	1,87	14,85	3,74	2,05
a	1411,65	2823,31	2117,48	1552,82
MODEL PRODUKCJI UKRYTEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
α_s^*	9,05%	6,43%	7,52%	8,70%
τ_f^*	41,69%	42,89%	42,39%	41,85%
$\Delta \alpha_s^*$ w p.p.	–	–2,62	–1,53	–0,35
$\Delta \tau_f^*$ w p.p.	–	1,20	0,70	0,16
a_f	5000,93	10001,86	7501,40	5501,02
Wielkość szarej strefy po zmianie		8,28%	10,28%	12,21%
Łączna zmiana szarej gospodarki		–4,52	–2,52	–0,59

Źródło: obliczenia własne.

Analizując wyniki przedstawione w tab. 35, można zauważyć, że w każdym z rozważanych wariantów wielkość szarej strefy uległa zmniejszeniu, zaś opodatkowanie wzrosło. Należy się zatem spodziewać, że skuteczne wprowadzenie w Polsce rozwiązań francuskich, polegających na podniesieniu wysokości grzywien i zwiększeniu *tax morale* społeczeństwa, doprowadzi do zredukowania w długim okresie skali aktywności nierejestrowanej od ok. 0,6 p.p. (w wariacie pesymistycznym) do ok. 4,5 p.p. (w wariacie optymistycznym). Co więcej, w tym scenariuszu praca nierejestrowana jest relatywnie bardziej wrażliwym składnikiem szarej gospodarki. Na skutek wprowadzanych zmian L_s^* spadnie o ok. od 6,4% do 50,7%, podczas gdy produkcja nierejestrowana o ok. od 3,9% do 29% w różnych wariantach.

5.4.2. Scenariusz 2 – rozwiązania duńskie

Kolejny scenariusz, choć zbliżony do poprzedniego, bazuje na rozwiązaniach zastosowanych w Danii. Wdrożona tam została tzw. strategia *Fair play*, która polega na zwiększeniu kontroli aktywności nierejestrowanej oraz przeprowadzeniu kampanii społecznych mających na celu zmianę stosunku społeczeństwa do uchylania się od opodatkowania (por. Mirosław, 2009). Na gruncie niniejszej analizy przyjęto zatem, że ów scenariusz będzie realizowany poprzez podniesienie *tax morale* oraz zwiększenie skuteczności działania organów kontroli. Rozważono:

1. Wariant optymistyczny – ponownie poziom *tax morale* przyjęto na poziomie zbliżonym do japońskiego ($m = 14,85$). Założono też, że wdrażana strategia zwiększenia skuteczności działania organów kontroli zaowocowała jej powiększeniem o 20%.
2. Wariant pesymistyczny – w tym przypadku przyjęto, iż podjęte działania przyniosły nieznaczny efekt w postaci wzrostu wewnętrznej motywacji do płacenia podatków o 10%, zaś efektywność organów ścigania uległa powiększeniu o 5%.
3. Wariant realistyczny – założono, że odnotowano przeciętne skutki podjętych działań – *tax morale* społeczeństwa zwiększyło się dwukrotnie, zaś efektywność działania organów kontroli wzrosła o 10%.

Wpływ wprowadzonych zmian na optymalne rozmiary pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej przedstawiono w tab. 36.

Wyniki analiz scenariuszowych bardzo trudno ze sobą porównywać. Jest bowiem kwestią uznaniową, jakie wartości zmian determinant można uznać za optymistyczne, realistyczne lub pesymistyczne. Dyskusyjne jest zatem zestawianie ze sobą zmiany a i a_f ze scenariusza 1 z przyrostem p i p_f w scenariuszu 2 (m przyjęto na jednakowych poziomach) oraz ocena siły ich wpływu na wielkość szarej gospodarki. Kary w scenariuszu optymistycznym wzrosły bowiem dwukrotnie, zaś efektywność organów ścigania o 20%, co i tak, zdaniem autorki, wydaje się

znaczącym i niezwykle trudnym do osiągnięcia wynikiem. Tym niemniej, dodatkowo w scenariuszu 2 rozważono jeszcze jeden wariant – bardzo optymistyczny, zakładający podniesienie skuteczności działania instytucji kontrolnych do prawie maksymalnego poziomu $p = p_f = 0,9$ (wzrost o 50%), zaś m pozostawiono na niezmienionym poziomie równym $m = 14,85$. Zaowocowało to spadkiem rozmiarów szarej gospodarki o 3,31 punktu procentowego, z czego 1,45 p.p. stanowiła praca nierejestrowana, zaś 1,85 p.p. produkcja ukryta. W związku z tymi wynikami można pokusić się o stwierdzenie, że w przypadku polskiej gospodarki większą redukcję szarej strefy spowodowałoby wprowadzenie rozwiązań francuskich aniżeli duńskich.

Tabela 36. Wyniki analizy dla scenariusza 2

MODEL PRACY NIEREJESTROWANEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
L_s^*	3,75%	2,69%	3,43%	3,62%
τ^*	35,02%	35,41%	35,14%	35,07%
ΔL_s^* w p.p.	–	–1,06	–0,32	–0,13
$\Delta \tau^*$ w p.p.	–	0,39	0,12	0,05
m	1,87	14,85	3,74	2,05
p	0,60	0,72	0,66	0,63
MODEL PRODUKCJI UKRYTEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
α_s^*	9,05%	8,20%	8,61%	8,82%
τ_f^*	41,69%	42,08%	41,89%	41,80%
$\Delta \alpha_s^*$ w p.p.	–	–0,85	–0,44	–0,23
$\Delta \tau_f^*$ w p.p.	–	0,39	0,20	0,10
p_f	0,60	0,72	0,66	0,63
Wielkość szarej strefy po zmianie		10,89%	12,03%	12,45%
Łączna zmiana szarej gospodarki		–1,91	–0,77	–0,35

Źródło: obliczenia własne.

5.4.3. Scenariusz 3 – strategia oparta na teorii neoliberalnej

Scenariusz ten opiera się na teorii neoliberalnej kształtowania się szarej strefy opisanej w rozdziale pierwszym, s. 30–31. Na jej mocy szara gospodarka powstaje w wyniku ograniczenia działania mechanizmu rynkowego przez m.in. przeregu-

lowanie gospodarki, wysokie obciążenia podatkowe. Przyjęto zatem, że polityka gospodarcza w tym przypadku będzie ukierunkowana na:

- zmniejszenie biurokracji w gospodarce w celu ułatwienia swobody prowadzenia działalności gospodarczej;
- zwiększenie kar za aktywność nierejestrowaną w celu stworzenia bodźców do działalności w sektorze oficjalnym;
- zwiększenie stopnia demokratyczności sprawowanej władzy, co przekłada się na mniejszą interwencję rządu w gospodarkę oraz obniżenie obciążeń podatkowych.

Rozważono:

1. Wariant optymistyczny – ponieważ zarówno poziom biurokracji, jak i stopień demokratyczności są czynnikami wolno zmieniającymi się w czasie, dlatego w wariantcie optymistycznym założono, że za pomocą odpowiednich działań uda się je poprawić jedynie o 2%. Oznacza to podążanie gospodarki w kierunku modelu nowozelandzkiego (dla biurokracji) i skandynawskiego (dla poziomu demokratyczności)³. Natomiast kary zwiększono dwukrotnie.
2. Wariant pesymistyczny – poziom biurokratyczności oraz stopień demokratyczności na skutek podjętych działań uległ poprawie jedynie o 0,5%, zaś grzywny za prowadzenie aktywności nierejestrowanej zostały podniesione o 10%.
3. Wariant realistyczny – przyjęta strategia polityki gospodarczej doprowadziła do umiarkowanych zmian: stopień demokratyczności i poziom biurokracji uległy poprawie o 1%, zaś kary podniesiono o 50%.

Wyniki analiz scenariuszowych dla obu modeli zaprezentowano w tab. 37.

Tabela 37. Wyniki analizy dla scenariusza 3

MODEL PRACY NIEREJESTROWANEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
L_s^*	3,75%	0,51%	1,74%	2,85%
τ^*	35,02%	33,67%	34,49%	34,72%
ΔL_s^* w p.p.	–	–3,24	–2,01	–0,90
$\Delta \tau^*$ w p.p.	–	–1,35	–0,53	–0,30
b	0,163	0,159	0,161	0,162
a	1411,65	2823,31	2117,48	1552,82
η	0,720	0,734	0,727	0,723

3 Kraje te są liderami w światowych rankingach demokratyczności i stopnia niskiego zbiurokratyzowania gospodarki.

Tabela 37 cd.

MODEL PRODUKCJI UKRYTEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
α_s^*	9,05%	3,82%	6,01%	7,84%
τ_f^*	41,69%	41,01%	41,56%	41,50%
$\Delta\alpha_s^*$ w p.p.	–	–5,23	–3,04	–1,21
$\Delta\tau_f^*$ w p.p.	–	–0,69	–0,13	–0,19
b_f	0,163	0,159	0,161	0,162
a_f	5000,93	10001,86	7501,40	5501,02
η_f	0,720	0,734	0,727	0,723
Wielkość szarej strefy po zmianie		4,33%	7,75%	10,68%
Łączna zmiana szarej gospodarki		–8,47	–5,05	–2,12

Źródło: obliczenia własne.

W każdym z rozważanych wariantów skuteczne wprowadzenie strategii opartej na teorii neoliberalnej przynosi długookresowy spadek wysokości obciążeń podatkowych oraz zmniejszenie wielkości pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej. Co więcej, zmiany rozmiarów szarej strefy są znaczące już nawet w przypadku wariantu pesymistycznego (spadek o 2,12 p.p.). Dodatkowo w tym scenariuszu spadek pracy nierejestrowanej jest relatywnie większy aniżeli zmniejszenie się produkcji ukrytej (praca nierejestrowana maleje o ok. 24% w wariantcie pesymistycznym i 86,4% w wariantcie optymistycznym, podczas gdy produkcja ukryta odpowiednio o ok. 13,4% i 57,8%).

5.4.4. Scenariusz 4 – strategia większej kontroli

Kolejna propozycja scenariusza dotyczy polityki gospodarczej ukierunkowanej na zwiększenie kontroli państwa nad działalnością gospodarczą. Wiąże się to z rozwiązaniami zmierzającymi do zwiększenia efektywności organów kontrolnych (szacuje się, że jedną z wyższych skuteczności ich działania charakteryzuje się Dania), ograniczenia zjawiska korupcji (jako wzorzec znów można podać kraje skandynawskie), jednak efektem ubocznym tych zabiegów jest zwiększenie biurokracji. Większa kontrola wymaga bowiem wprowadzenia dodatkowych przepisów i regulacji. Analizowano:

1. Wariant optymistyczny – założono, iż wprowadzane zmiany przyniosły oczekiwane rezultaty i stopień efektywności działania organów kontroli udało się poprawić aż o 20%, zaś udział skorumpowanych urzędników zmniejszyć aż o 5% (jako że zjawisko korupcji jest trudne do wyeliminowania).

wania). Wiązało się to z koniecznością powiększenia stopnia zbiurokratyzowania jedynie o 0,5%.

2. Wariant pesymistyczny – w tym przypadku zamierzone działania przyniosły relatywnie słabe efekty. Efektywność organów kontroli uległa poprawie zaledwie o 5%, zaś korupcja zmalała o 1%. Wymagało to względnie dużych zmian w poziomie biurokracji i zwiększenia jej stopnia o 2%.
3. Wariant realistyczny – przyjęta strategia odniosła umiarkowany skutek – efektywność działania organów kontroli zwiększono o 10%, udział uczciwych urzędników w gospodarce powiększył się o 2%, co wiązało się ze wzrostem stopy biurokratycznej o 1%.

Zebrane wyniki powyższego scenariusza dla modelu pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej zestawiono w tab. 38.

Skuteczne narzucenie na podmioty gospodarcze większej kontroli ich działalności (polegające na zwiększeniu skuteczności organów kontroli, zmniejszeniu korupcji i podniesieniu biurokracji) prowadzi do zróżnicowanych długookresowych efektów w analizowanych wariantach. W wariacie pesymistycznym przyjęta strategia pociąga za sobą wzrost rozmiarów zarówno pracy nierejestrowanej, jak i produkcji ukrytej oraz spadek obciążeń podatkowych. Natomiast w wariacie realistycznym i optymistycznym otrzymano efekty odwrotne: szara gospodarka zmniejszyła się, zaś stopy podatkowe wzrosły. Nieskuteczne wprowadzenie tej strategii może zatem prowadzić do efektów odwrotnych względem zamierzonych i zamiast redukcji szarej gospodarki doprowadzić do jej powiększenia. Warto jeszcze zaznaczyć, że w tych wariantach na przyjętą strategię bardziej reaguje produkcja ukryta (spadek o ok. 4,9% w wariacie realistycznym i o ok. 13,5% w wariacie optymistycznym) aniżeli praca nierejestrowana (spadek o ok. 1,1% w wariacie realistycznym i o ok. 9,1% w wariacie optymistycznym). W przypadku tego scenariusza łączne zmiany szarej gospodarki są relatywnie niewielkie – nawet w przypadku wariantu optymistycznego długookresowy spadek wynosi zaledwie 1,55 p.p.

Tabela 38. Wyniki analizy dla scenariusza 4

MODEL PRACY NIEREJESTROWANEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
L_s^*	3,75%	3,41%	3,71%	4,02%
τ^*	35,02%	35,14%	35,03%	34,92%
ΔL_s^* w p.p.	–	–0,34	–0,04	0,27
$\Delta \tau^*$ w p.p.	–	0,12	0,01	–0,10
b	0,163	0,163	0,164	0,166
p	0,60	0,72	0,66	0,63

Tabela 38 cd.

MODEL PRODUKCJI UKRYTEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
α_s^*	9,05%	7,83%	8,61%	9,13%
τ_f^*	41,69%	42,25%	41,89%	41,65%
$\Delta\alpha_s^*$ w p.p.	–	–1,22	–0,44	0,08
$\Delta\tau_f^*$ w p.p.	–	0,56	0,20	–0,04
b_f	0,163	0,163	0,164	0,166
p_f	0,60	0,72	0,66	0,63
u_f	0,57	0,60	0,58	0,58
Wielkość szarej strefy po zmianie		11,25%	12,32%	13,15%
Łączna zmiana szarej gospodarki		–1,55	–0,48	0,35

Źródło: obliczenia własne.

5.4.5. Scenariusz 5 – strategia efektywnego państwa

W kolejnym scenariuszu rozważano strategię nakierowaną na poprawę jakości sprawowanych rządów. W tym celu zostają wdrożone działania służące ograniczeniu marnotrawstwa środków publicznych (czyli podniesieniu efektywności rządu) oraz zwiększeniu stopnia uwzględniania preferencji obywateli w procesie decyzyjnym rządu (czyli powiększeniu poziomu demokratyczności). Wspomniane działania mają zwiększyć atrakcyjność gospodarczą sektora oficjalnego i tym samym zachęcić podmioty do wyjścia z szarej gospodarki. Rozważono:

1. Wariant optymistyczny – w tym przypadku przyjęto, iż podjęte działania skutkowały zwiększeniem efektywności wydatkowania środków publicznych o 10%, zaś stopień demokratyczności uległ powiększeniu o 2%.
2. Wariant pesymistyczny – w tym wariantcie założono, że efekty wdrożonej polityki były skromne: marnotrawstwo środków publicznych zostało ograniczone jedynie o 1%, zaś stopień demokratyczności udało się powiększyć zaledwie o 0,5%.
3. Wariant realistyczny – w tym przypadku założono, iż przyjęta strategia odniosła umiarkowany skutek: zdolność rządu w kreowaniu użytecznych wydatków publicznych została powiększona o 3%, zaś stopień demokratyczności o 1%.

Otrzymane wyniki przedstawiono w tab. 39.

Tabela 39. Wyniki analizy dla scenariusza 5

MODEL PRACY NIEREJESTROWANEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
L_s^*	3,75%	0,77%	2,38%	3,09%
τ^*	35,02%	35,21%	34,75%	34,80%
ΔL_s^* w p.p.	-	-2,98	-1,37	-0,66
$\Delta \tau^*$ w p.p.	-	0,19	-0,27	-0,22
η	0,720	0,734	0,727	0,723
ψ	0,316	0,347	0,325	0,319
MODEL PRODUKCJI UKRYTEJ				
wartość	bazowy	optymistyczny	realistyczny	pesymistyczny
α_s^*	9,05%	5,03%	7,24%	8,19%
τ_f^*	41,69%	42,45%	41,59%	41,53%
$\Delta \alpha_s^*$ w p.p.	-	-4,02	-1,81	-0,86
$\Delta \tau_f^*$ w p.p.	-	0,76	-0,10	-0,16
η_f	0,720	0,734	0,727	0,723
ψ_f	0,316	0,347	0,325	0,319
Wielkość szarej strefy po zmianie		5,80%	9,62%	11,28%
Łączna zmiana szarej gospodarki		-7,00	-3,18	-1,52

Źródło: obliczenia własne.

Skutecznie zaimplementowana strategia efektywnego państwa (oparta na zwiększeniu stopnia demokratyczności sprawowanej władzy oraz zmniejszeniu marnotrawstwa środków publicznych) prowadzi we wszystkich rozważanych wariantach do spadku rozmiarów pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej w długim okresie. Ma natomiast niejednoznaczny wpływ na stopę podatkową: w wariantcie optymistycznym następuje zwiększenie obciążeń podatkowych, a w dwóch pozostałych – ich spadek. W tym scenariuszu łączny długookresowy spadek rozmiarów szarej gospodarki jest relatywnie wysoki i sięga nawet 7 p.p. w wariantcie optymistycznym (w pesymistycznym 1,52 p.p.). Co więcej, praca nierejestrowana jest bardziej wrażliwym na wprowadzane zmiany składnikiem szarej strefy (maleje o ok. 17,6% w wariantcie pesymistycznym i o ok. 79,5% w wariantcie optymistycznym) aniżeli produkcja ukryta (spadek o ok. 9,5% w wariantcie pesymistycznym i o ok. 44,4% w wariantcie optymistycznym).

5.5. Podsumowanie i wnioski

Przyjęcie określonych wartości parametrów modeli pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej dla polskiej gospodarki pozwoliło na przeprowadzenie w tym rozdziale analizy wrażliwości stanu równowagi Nasha w obu modelach. W stosunku do analizy teoretycznej przeprowadzonej w rozdziale trzecim uzyskano wnioski dotyczące nie tylko kierunku wpływu zmiany wartości pojedynczego parametru na równowagowe wielkości zmiennych decyzyjnych, lecz także jego siły. Określono stopień wrażliwości równowagi Nasha na zmiany poziomu poszczególnych parametrów.

Dodatkowo, zaprezentowano pięć różnych przykładowych scenariuszy polityki gospodarczej nastawionej na długookresową redukcję szarej gospodarki. Mają one zastosowanie wyłącznie w ramach przyjętych założeń modelowych opisanych w rozdziale trzecim oraz przy wykorzystaniu mierników zaprezentowanych w rozdziale czwartym. W każdym z analizowanych scenariuszy został uwzględniony inny zestaw działań, prowadzący – na gruncie skonstruowanych modeli – do długookresowych zmian w wielkościach makroekonomicznych parametrów polskiej gospodarki:

- 1) w scenariuszu 1, wzorowanym na rozwiązaniach zastosowanych we Francji, założono, że rząd oddziałuje na *tax morale* społeczeństwa poprzez kampanie społeczne i jednocześnie zwiększa kary za aktywność nierejestrowaną (wzrost m i a w modelu pracy nierejestrowanej oraz a_f w modelu produkcji ukrytej);
- 2) w scenariuszu 2, bazującym na strategii wprowadzonej w Danii, przyjęto, że rząd wprowadza działania mające na celu zwiększenie *tax morale* społeczeństwa oraz podniesienie efektywności instytucji kontrolnych (wzrost m i p w modelu pracy nierejestrowanej i p_f w modelu produkcji ukrytej);
- 3) w scenariuszu 3 rząd doszukuje się przyczyn szarej strefy w czynnikach wynikających z teorii neoliberalnej, a w związku z tym podejmuje działania mające na celu ułatwienie prowadzenia działalności gospodarczej: obniżenie poziomu zbiurokratyzowania, zwiększenie stopnia demokratyczności i dodatkowo wprowadzenie wyższych kar za aktywność w szarej gospodarce (spadek b , wzrost η i a w modelu pracy nierejestrowanej oraz spadek b_p , wzrost η_f i a_f w modelu produkcji ukrytej);
- 4) w scenariuszu 4 rząd decyduje się na zwiększenie kontroli nad podmiotami gospodarczymi – podniesieniu ulega zatem efektywność działania organów kontrolnych, rośnie udział uczciwych urzędników w gospodarce, co wiąże się z koniecznością podniesienia obciążeń biurokratycznych (wzrost p , b w modelu pracy nierejestrowanej oraz wzrost p_p , u_p , b_f w modelu produkcji ukrytej);

- 5) w ostatnim scenariuszu założono, że rząd stosuje strategię opartą na pozytywnych zachętach dla podmiotów gospodarczych do prowadzenia aktywności rejestrowanej – zmniejszeniu ulega marnotrawstwo środków publicznych, zaś powiększeniu waga preferencji jednostek w kształtowaniu polityki gospodarczej (wzrost ψ , η w modelu pracy nierejestrowanej oraz wzrost ψ_p , η_f w modelu produkcji ukrytej).

Efektom zmian wielkości parametrów w każdym scenariuszu jest ustalenie się nowej długookresowej równowagi modelu pracy nierejestrowanej (L_s^* , τ^*) i produkcji ukrytej (α_s^* , τ_f^*). Dzieje się tak, gdyż podmioty (gospodarstwa domowe i rząd lub przedsiębiorstwa i rząd) dostosowują swoje decyzje do zmodyfikowanej sytuacji gospodarczej. W rezultacie można zaobserwować zmiany w poziomach stóp podatkowych oraz w wysokościach aktywności nierejestrowanej.

Choć zaprezentowane scenariusze trudno jest porównywać, gdyż opierają się na zupełnie innych strategiach i uznaniowych zmianach wartości parametrów, to na ich podstawie można wyciągnąć szereg wniosków:

1. W gospodarce Polski francuski model strategii walki z szarą strefą według scenariuszowych wyników zgodnych z przyjętym modelem przynosi lepsze efekty niż model duński. Przypuszczać można, iż dużo większe znaczenie w odstraszeniu od aktywności nierejestrowanej ma wysokość grzywny aniżeli prawdopodobieństwo wykrycia tej działalności.
2. Wyniki uzyskane według scenariusza 3 prowadzą do wniosku, że w przypadku polskiej gospodarki opisywanej przez model teoria neoliberalna w dużym stopniu tłumaczy wysokość szarej strefy. Relatywnie niewielkie zmiany stopnia zbiurokratyzowania połączone ze zwiększeniem poziomu demokratyczności sprawowanej władzy i zaostrzeniem kar zaowocowały relatywnie dużym spadkiem rozmiarów szarej gospodarki. Oznacza to, że nawet drobne ułatwienia prowadzenia działalności gospodarczej w Polsce mogą przynieść w długim okresie znaczne efekty w zwalczaniu aktywności nierejestrowanej.
3. W scenariuszu 4 dążenie do zwiększenia kontroli niesie ze sobą dwa przeciwstawne efekty. Z jednej strony prowadzi do podniesienia skuteczności organów kontroli oraz zmniejszenia korupcji, co stanowi zachętę do prowadzenia działalności w sektorze oficjalnym. Z drugiej natomiast podwyższeniu ulega stopień obciążeń biurokratycznych, co czyni gospodarkę rejestrowaną mniej atrakcyjną. Przeprowadzone analizy symulacyjne pokazują, że w zależności od stopnia wdrożenia założonych działań ostateczny efekt jest różny. W przypadku wariantu optymistycznego i realistycznego szara strefa uległa redukcji, zaś w wariantcie pesymistycznym nowe regulacje prawne doprowadziły do jej wzrostu.
4. Zgodnie z wynikami płynącymi ze scenariusza 5 zwiększenie efektywności rządu w kreowaniu użytecznych społecznie wydatków rządowych i stopnia demokratyczności sprawowanej władzy doprowadziło do istotnych

zmian w wielkości szarej strefy. Poprawa jakości instytucji publicznych, odczuwana przez jednostki w postaci zwiększonych zwrotów z zapłaconych podatków, zachęca je do rzadszej „jazdy na gapę”, co wiąże się z redukcją szarej aktywności.

5. Oba składniki szarej strefy – praca nierejestrowana i produkcja ukryta – wykazują się różną wrażliwością na działania zastosowane w ramach rozważanych scenariuszy. W scenariuszach 1, 2, 3 i 5 większymi wahaniami wykazuje się praca nierejestrowana, zaś w scenariuszu 4 – produkcja ukryta. Oznacza to możliwość dobrania specyficznych instrumentów polityki gospodarczej w celu oddziaływania na poszczególne komponenty szarej gospodarki.

Zaprezentowane scenariusze nie wyczerpują spektrum wszystkich działań możliwych do rozważenia w ramach rozpatrywanych modeli długookresowych mających na celu redukcję szarej gospodarki. Stanowią one wyłącznie ilustrację wybranych przez autorkę kilku przykładowych rozwiązań o uznaniowych zmianach wartości parametrów. Możliwe są dalsze analizy symulacyjne, a opisanie ich wszystkich znacznie rozszerzyłoby objętość niniejszej monografii.

Przeprowadzona analiza stanowi jedynie przybliżenie procesów gospodarczych, ma wiele ograniczeń i niedoskonałości. Opiera się też na wielu dyskusyjnych założeniach upraszczających i wątpliwej jakości miernikach. Autorka ma jednak nadzieję, iż stanowi ona istotną wartość dodaną do badań nad skomplikowanym i trudnym zagadnieniem, jakim jest szara gospodarka oraz może posłużyć jako punkt wyjścia do dalszych analiz.

Zakończenie

W prezentowanej monografii przedmiotem zainteresowania było zagadnienie szarej strefy gospodarki ze szczególnym uwzględnieniem jej części składowych: pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej. Celem było dokonanie analizy determinant i mechanizmów kształtowania się gospodarki nieformalnej za pomocą skonstruowanych modeli matematycznych wykorzystujących narzędzia ekonomii matematycznej, w szczególności teorii gier. Dodatkowo zaprezentowano przykładowe badanie empiryczne, opierając się na danych dla gospodarki Polski.

W rozdziale pierwszym omówiono różne definicje szarej strefy gospodarki i związane z nimi problemy. Następnie przeanalizowano zagadnienie pomiaru strefy nierejestrowanej. Zaprezentowano różnice, jakie występują w szacunkach rozmiarów szarej strefy wykonanych za pomocą różnych metod. Podano argumenty za koniecznością konstrukcji modelu statycznego. Najważniejszą przesłanką były niejednoznaczne pomiary dynamiki aktywności nierejestrowanej. Rozdział pierwszy kończy się przeglądem literatury, którego celem była analiza i prezentacja najczęściej wymienianych determinant szarej gospodarki, wynikających z różnych badań empirycznych przeprowadzonych nad tym zjawiskiem.

Rozdział drugi został poświęcony zagadnieniu modelowania matematycznego szarej strefy. Zaprezentowano w nim liczne, wybrane z literatury modele gospodarki nieformalnej, z których każdy posiada odmienne własności. W tym rozdziale Czytelnik ma okazję zapoznać się z modelami teorii gier, optymalizacyjnymi, a także dynamicznymi, w szczególności z modelem klasy DSGE, w których analizowana jest szara strefa gospodarki. Wszystkie one mają jedną cechę wspólną – z reguły przy tworzeniu każdego z modeli uwagę skupiono na pojedynczej determinancie szarej gospodarki, takiej jak korupcja, opodatkowanie itp. W związku z tym dostrzeżono lukę w literaturze tematu w postaci braku kompleksowego modelu matematycznego, który zawierałby możliwie wiele czynników sprawczych pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej, a tym samym prezentował możliwie kompletny mechanizm kształtowania się wspomnianego zjawiska.

Kluczowy z punktu widzenia celu niniejszej monografii jest rozdział trzeci. Dokonano w nim konstrukcji dwóch autorskich modeli szarej aktywności. W pierwszym z nich obiektem zainteresowania była praca nierejestrowana. Jako jej determinanty uwzględnione zostały: obciążenia podatkowe, działalność organów kontroli, wysokość grzywny za pracę nierejestrowaną, stopień demokratyczności sprawowanej władzy, efektywność wydatków publicznych, *tax morale* społeczeństwa i obciążenia biurokratyczne. W modelu założono, że równowagowe poziomy pracy w szarej strefie oraz obciążeń podatkowych są efektem ścierania się częściowo przeciwstawnych, a częściowo zbieżnych celów gospodarstw domowych i rządu. Aby odwzorować złożoność tych interakcji, w modelowaniu zjawiska zastosowano narzędzia matematycznej teorii gier. Następnie zaprezentowano konstrukcję modelu produkcji ukrytej, opartego na podobnych założeniach, w którym oprócz rządu pojawia się dodatkowo sektor przedsiębiorstw. Jako determinanty zostały uwzględnione następujące czynniki: obciążenia podatkowe, działalność organów kontroli, wysokość grzywny za ukrywanie zysków, stopień demokratyczności sprawowanej władzy, efektywność wydatków publicznych, obciążenia biurokratyczne i poziom korupcji (zarówno w sferze oficjalnej, jak i nieoficjalnej).

Następnie dokonano dwustopniowego rozwiązania zadań optymalizacyjnych zaprezentowanych w skonstruowanych modelach. W pierwszym kroku, w obu modelach wyznaczono krzywe najlepszej reakcji, czyli równania wskazujące na najlepsze decyzje możliwe do podjęcia przez gospodarstwa domowe lub przedsiębiorstwa (rząd) w odpowiedzi na ustaloną przez rząd (gospodarstwa domowe lub przedsiębiorstwa) stopę podatkową (wielkość pracy nierejestrowanej lub produkcji ukrytej). Wyznaczone krzywe reakcji pozwalają stwierdzić, iż przy danych wyborach drugiego gracza istnieją dopuszczalne i optymalne, maksymalizujące odpowiednią funkcję celu, decyzje gracza pierwszego. Co więcej, decyzje te mogą być określone jednoznacznie. I tak, np. przy danych, ustalonych przez rząd, stopach podatkowych istnieje pewien konkretny poziom szarej aktywności (odpowiednio: pracy nierejestrowanej lub produkcji ukrytej), który maksymalizuje funkcję celu (odpowiednio: użyteczność lub zysk) gospodarstw domowych lub przedsiębiorstw.

Kontynuowanie procesu rozwiązywania zadań optymalizacyjnych pozwoliło na wyprowadzenie wzorów na równowagowe (w sensie równowagi Nasha) poziomy pracy i produkcji nierejestrowanej oraz wysokości ustalanych przez rząd obciążeń podatkowych. Z przeprowadzonej analizy wynika, że równowagowe poziomy szarej strefy są zależne zarówno od uwzględnionych w modelu czynników ekonomicznych, takich jak stawka wynagrodzenia za pracę w gospodarce rejestrowanej (czy też, w przypadku modelu produkcji ukrytej, wysokość zysku wypracowanego przez przedsiębiorstwo) lub wysokość grzywny za prowadzenie aktywności nierejestrowanej, jak i od czynników o charakterze instytucjonalnym, takich jak jakość instytucji publicznych, stopień zbiurokratyzowania państwa itp.

Po uzyskaniu wzorów na równowagę Nasha w obu modelach przeprowadzono analizę wrażliwości, która pozwala odpowiedzieć na pytanie o istnienie rozbieżności występujących pomiędzy dwoma prawie identycznymi gospodarkami różniącymi się tylko wartością pojedynczego parametru modelu. Bazując na tych obliczeniach, wykazano, że wraz ze wzrostem poziomu demokratyczności sprawowanej władzy w gospodarce maleją zarówno rozmiary pracy nierejestrowanej oraz produkcji ukrytej, jak i obciążeń podatkowych. Pozwala to wysnuć wniosek, iż w przypadku zwiększonego stopnia kooperacji pomiędzy podmiotami (mierzonego wskaźnikiem demokratyczności) w proponowanych modelach szara strefa i stopa podatkowa są na niższych poziomach. Oczywiście poziom tak zdefiniowanej kooperacji zależy od decyzji rządu i może być elementem polityki gospodarczej.

Z przeprowadzonych analiz można wysnuć jeszcze jeden, istotny wniosek. Stopień oddziaływania wartości poszczególnych parametrów modeli na poziomy równowagowe szarej strefy i stóp podatkowych jest zależny od wartości parametrów określających otoczenie makroekonomiczne oraz warunki instytucjonalno-pozaeconomiczne danej gospodarki. W rezultacie efektywność polityki ekonomicznej i społecznej jest zależna od ogólnej sytuacji modelowanej gospodarki, w szczególności od czynników o charakterze instytucjonalnym, takich jak efektywność organów kontroli czy stopień demokratyczności państwa.

W rozdziale czwartym przeprowadzono przykładowe badania empiryczne za pomocą skonstruowanych modeli. Zgromadzono dane statystyczne dla gospodarki Polski, które umożliwiły wskazanie szacunkowych wartości poszczególnych parametrów. W obu modelach, wobec braku możliwości uzyskania liczbowych wskaźników dla dwóch parametrów, skalibrowano ich wartości. Kalibracje przeprowadzono tak, aby wyznaczone z modeli równowagowe wartości pracy nierejestrowanej (produkcji ukrytej) i stóp podatkowych były jak najbliższe rzeczywistym, średnim poziomom tych zmiennych zaobserwowanym w polskiej gospodarce. Uzyskane wartości parametrów posłużyły do oszacowania udziału dóbr i usług publicznych, które nie docierają do jednostek zaangażowanych w szarą aktywność w Polsce.

Dzięki wybranym w rozdziale czwartym miernikom oraz dokonanej kalibracji możliwe było przeprowadzenie symulacji scenariuszowych opartych na zaproponowanych modelach. W rozdziale piątym opisano pięć przykładowych symulacji prezentujących możliwości empiryczne badanego modelu. Na ich podstawie wyciągnięto wnioski dla polityki gospodarczej i społecznej dotyczące efektów wprowadzenia różnych strategii mających na celu redukcję szarej strefy. Przez wzgląd na niedoskonałość posiadanych danych, dyskusyjność wybranych mierników oraz uznaniowe zmiany wartości parametrów w poszczególnych scenariuszach wyniki tych analiz mogą budzić pewne zastrzeżenia.

Główne wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy są następujące:

- równowagowe poziomy szarej strefy są zależne zarówno od czynników ekonomicznych, jak i czynników o charakterze instytucjonalnym;

- siła oddziaływania instrumentów polityki gospodarczej i społecznej na wielkość szarej strefy jest zależna od czynników o charakterze instytucjonalnym;
- zwiększenie kooperacji pomiędzy rządem i przedsiębiorstwami (gospodarstwami domowymi) prowadzi do zmniejszenia rozmiarów produkcji ukrytej (pracy nierejestrowanej) oraz obciążeń podatkowych;
- zastosowane w badaniu narzędzia teorii gier generują akceptowalne ekonomicznie rezultaty;
- wyznaczone krzywe reakcji pozwalają stwierdzić, że przy danych decyzjach pierwszego podmiotu gospodarczego istnieją dopuszczalne, wyznaczone jednoznacznie i maksymalizujące odpowiednią funkcję celu decyzje podmiotu drugiego;
- gospodarstwa domowe spędzające ok. 4% czasu na pracy w szarej strefie nie mają dostępu do ok. 12% dóbr i usług publicznych dostarczanych przez rząd;
- przedsiębiorstwa ukrywające ok. 9% produkcji nie mają dostępu do ok. 29% dóbr i usług publicznych dostarczanych przez rząd;
- równowagowe rozmiary szarej strefy i opodatkowania charakteryzują się zróżnicowaną reakcją na zmiany wartości różnych parametrów; w pracy zbadano i opisano siłę tych reakcji;
- w gospodarce Polski rozwiązania francuskie strategii redukcji szarej strefy przyniosłyby lepsze efekty niż rozwiązania duńskie;
- w polskiej gospodarce nawet drobne ułatwienia prowadzenia działalności gospodarczej mogą w długim okresie przynieść znaczne efekty w zwalczaniu aktywności nierejestrowanej;
- zwiększenie efektywności rządu i jakości instytucji publicznych prowadzi do znacznego zmniejszenia rozmiarów szarej strefy;
- zwiększenie kontroli działalności nierejestrowanej może prowadzić do ograniczenia szarej strefy, jednak nieskuteczna implementacja tej strategii polityki gospodarczej wiąże się z efektem odwrotnym;
- praca nierejestrowana i produkcja ukryta wykazują się różną wrażliwością na działania zastosowane w ramach rozważanych scenariuszy.

W ocenie autorki do najważniejszych zalet zaprezentowanej monografii należy zaliczyć stworzenie rozbudowanych modeli teoretycznych kształtowania się pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej, w których uwzględniono liczne determinanty działalności nierejestrowanej. Wśród nich ujęto zarówno czynniki o charakterze typowo ekonomicznym (np. opodatkowanie, wysokość grzywien), jak i typowo jakościowym (np. korupcję, jakość instytucji publicznych, biurokrację, *tax morale* społeczeństwa). Pomimo swojego wysokiego stopnia skomplikowania w proponowanych modelach, możliwe jest wyznaczenie analitycznego rozwiązania. Umożliwia to przeprowadzenie pogłębionej analizy wrażliwości stanu równowagi Nasha obu modeli. Uzyskane teoretyczne wyniki są szczególnie istotne w kontek-

ście rezultatów generowanych przez badania empiryczne oparte na dyskusyjnych miernikach szarej strefy i jej jakościowych determinant. Zaproponowane modele są osadzone w bieżącym nurcie modelowania matematycznego szarej strefy oraz stanowią najistotniejszą wartość dodaną zaprezentowanych w monografii badań.

Kolejną zaletę stanowi wprowadzenie w obu modelach rozbudowanej roli rządu. Przyjęto, że jest to organ optymalizujący swoje decyzje dotyczące polityki fiskalnej w zależności od działań pozostałych podmiotów w gospodarce. Ponadto, w modelu pracy nierejestrowanej uwzględniono – często pomijany w modelach teoretycznych funkcjonujących w literaturze – aspekt moralny prowadzenia aktywności ukrytej. Z kolei w modelu produkcji nierejestrowanej wprowadzono szerokie ujęcie zjawiska korupcji. Zostało one uwzględnione zarówno w sferze oficjalnej gospodarki, jak i w szarej strefie. Wartościowa z punktu widzenia dalszych badań nad szarą strefą gospodarki jest możliwość zastosowania zaproponowanych modeli w badaniach empirycznych. W pracy zaprezentowano przykładowe aplikacje empiryczne dla polskiej gospodarki.

Prezentowana monografia nie stanowi zakończenia pewnego cyklu badań, lecz – zdaniem autorki – jedynie otwiera pewne dalsze możliwości analizy zjawiska szarej strefy. Ciekawe i wartościowe byłyby dalsze modyfikacje skonstruowanych modeli teoretycznych oraz rozszerzenie ich o następujące elementy:

- połączenie modelu pracy nierejestrowanej i produkcji ukrytej w jeden, trójsektorowy model, w którym dodatkowo uwzględnione będą interakcje pomiędzy gospodarstwami domowymi a przedsiębiorstwami; co więcej, umożliwiłoby to rozbudowanie w modelu rynku pracy i wprowadzenie zjawiska bezrobocia, a zatem przeanalizowanie pracy nierejestrowanej związanej z przymusem wynikającym z braku środków do życia i innych perspektyw;
- rozważenie sektorów składających się z heterogenicznych jednostek, co umożliwiłoby przeanalizowanie interakcji wewnątrzsektorowych – pomiędzy różnymi gospodarstwami domowymi czy pomiędzy różnymi przedsiębiorstwami;
- włączenie do modelu produkcji ukrytej opisu procesu produkcyjnego – umożliwiłoby to zróżnicowanie funkcji produkcji w sferze oficjalnej i szarej strefie gospodarki (na bardziej kapitałochłonną lub pracochłonną w zależności od sektora); wpłynęłoby to również na popyt na dobra – te pochodzące z produkcji ukrytej mogłyby bowiem być tańsze, choć prawdopodobnie relatywnie niższej jakości;
- rozważenie zjawiska kształtowania się szarej strefy w kategoriach dynamicznych; pojawia się tu jednak wspomniany w pierwszym rozdziale problem wiarygodności szacunków dynamiki zmian szarej strefy oraz jej jakościowych determinant; dodatkowo znacznie skomplikowałoby to postać modelu, co uniemożliwiłoby wprowadzenie tak wielu różnych determinant aktywności nierejestrowanej.

Oprócz wspomnianych w tej rozprawie możliwych rozszerzeń specyfikacyjnych prezentowanych modeli należy zauważyć, że w publikacjach dotyczących tego tematu rozważane są też m.in.:

- modele korupcji zapisane w języku stochastycznych gier różniczkowych, w których uwzględnia się interakcje dużej liczby uczestników racjonalnych i nieracjonalnych (por. np. Kolokoltsov, Malafeyev, 2015; Achdou i in., 2013);
- modele gier ewolucyjnych w czasie dyskretnym lub ciągłym (por. np. Weibull, 1997; Ullrich, 2016);
- tradycyjne ekonometryczne modele prognostyczne opisujące przebieg zmienności wielkości i struktury szarej strefy w zależności od omawianych w pracy determinant, a także determinant egzogenicznych względem danej gospodarki, takich jak np. światowe kryzysy finansowe, wojny, kryzysy na rynkach surowców i paliw;
- modele symulacyjne klasy ABM (*agent-based models*) lub ABCM (*agent-based computational models*).

Można zatem stwierdzić, że istnieje jeszcze duża przestrzeń badawcza zjawiska gospodarki nierejestrowanej wymagająca dalszej analizy.

Bibliografia

- Achdou Y., Camilli F., Capuzzo-Dolcetta I. (2013), „Mean Field Games: Convergence of a Finite Difference Method”, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 51 (5), s. 2585–2612.
- Amaral P. S., Quintin E. (2006), „A Competitive Model of the Informal Sector”, *Journal of Monetary Economics*, 53 (7), s. 1541–1553.
- Aruoba S. B. (2010), „Informal Sector, Government Policy and Institutions”, *2010 Meeting Papers*, vol. 324, Society for Economic Dynamics.
- Bajada C., Schneider F. (2009), „Unemployment and the Shadow Economy in the OECD”, *Revue économique*, 60 (5), s. 1033–1067.
- Bednarski M. (2013), „Szara strefa – rynek pracy – integracja społeczna”, *Optimum: studia ekonomiczne*, 6 (66), s. 45–56.
- Bednarski M., Kryńska E., Pater K., Walewski M. (red.) (2008), *Przyczyny pracy nierejestrowanej w Polsce*, Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej, Warszawa.
- Beloded O. (2005), *Shadow Economy of Ukraine: The Case of Financial Constraints*, Economics Education and Research Consortium, Master of Arts in Economics thesis, Kyiv.
- Bilotkach V. (2006), „A Tax Evasion – Bribery Game: Experimental Evidence from Ukraine”, *The European Journal of Comparative Economics*, 3 (1), s. 31–49.
- Biswas A. K., Farzanegan M. R., Thum M. (2012), „Pollution, Shadow Economy and Corruption: Theory and Evidence”, *Ecological Economics*, 75, s. 114–125.
- Bochenek M. (2004), „Szara strefa”, [w:] B. Polszakiewicz (red.), *Problemy gospodarki rynkowej w Polsce*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Bochenek M. (2005), *Siódme przykazanie a szara strefa*, [w:] S. Partycki (red.), *Religia a gospodarka*, t. 1, Wydawnictwo KUL, Lublin.
- Bovi M., Dell’Anno R. (2010), „The Changing Nature of the OECD Shadow Economy”, *Journal of Evolutionary Economics*, 20 (1), s. 19–48.
- Breusch T. (2005), *Estimating the Underground Economy Using MIMIC Models*, Working Paper, National University of Australia, Canberra.
- Buehn A., Schneider F. (2009), *Corruption and the Shadow Economy: A Structural Equation Model Approach*, IZA Discussion Papers, No. 4182.
- Buehn A., Lessmann C., Markwardt G. (2013), „Decentralization and the Shadow Economy: Oates Meets Allingham-Sandmo”, *Applied Economics*, 45 (18), s. 2567–2578.

- Bukowski M. (red.) (2007), *Zatrudnienie w Polsce 2006. Produktywność dla pracy*, Departament Analiz Ekonomicznych i Prognoz, Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej, Warszawa.
- Buszko A., Długosz J., Skorwider-Namietko J., Szumowska K. (2015), *Przedsiębiorstwo w gospodarczej szarej strefie*, Difin, Warszawa.
- Choi J. P., Thum M. (2005), „Corruption and the Shadow Economy”, *International Economic Review*, 46 (3), s. 817–836.
- Cichocki S. (2006), „Metody pomiaru »szarej strefy«”, *Gospodarka Narodowa*, (1–2), s. 37–62.
- Cichocki S. (2009), „Shadow Economy and Its Relations with Tax System and State Budget in Poland”, *Ekonomia*, 24, s. 94–111.
- Cichocki S., Tyrowicz J. (2011), „Determinanty zatrudnienia nierejestrowanego w Polsce w okresach wysokiej i niskiej koniunktury gospodarczej”, *Gospodarka Narodowa*, 3, s. 1–27.
- Dell’Anno R., Teobaldelli D. (2015), „Keeping Both Corruption and the Shadow Economy in Check: The Role of Decentralization”, *International Tax and Public Finance*, 22 (1), s. 1–40.
- D’Hernoncourt J., Méon P. G. (2012), „The Not So Dark Side of Trust: Does Trust Increase the Size of the Shadow Economy?”, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 81 (1), s. 97–121.
- Drabek A. (2012), *Nielegalne zatrudnienie w prawie polskim*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Dreher A., Schneider F. (2010), „Corruption and the Shadow Economy: An Empirical Analysis”, *Public Choice*, 144 (1–2), s. 215–238.
- Dreher A., Méon P. G., Schneider F. (2014), „The Devil is in the Shadow. Do Institutions Affect Income and Productivity or Only Official Income and Official Productivity?”, *Public Choice*, 158 (1–2), s. 121–141.
- Dutta N., Kar S., Roy S. (2011), *Informal Sector and Corruption: An Empirical Investigation for India* (No. 5579), Institute for the Study of Labor (IZA), Bonn.
- Elgin C., Solis-Garcia M. (2015), „Tax Enforcement, Technology, and the Informal Sector”, *Economic Systems*, 39 (1), s. 97–120.
- Enste D. H. (2010), „Regulation and Shadow Economy: Empirical Evidence for 25 OECD-Countries”, *Constitutional Political Economy*, 21 (3), s. 231–248.
- Feige E. L. (1979), „How Big Is the Irregular Economy?”, *Challenge*, 22 (5), s. 5–13.
- Feige E. L. (red.) (1989), *The Underground Economies. Tax Evasion and Information Distortion*, Cambridge University Press, Cambridge–New York–Melbourne.
- Feige E. L. (1990), „Defining and Estimating Underground and Informal Economies: The New Institutional Economics Approach”, *World Development*, 18 (7), 989–1002, s. 6–10.
- Feld L. P., Schmidt A. J., Schneider F. (2007), *Tax Evasion, Black Activities and Deterrence in Germany: an Institutional and Empirical Perspective*, Paper Prepared for the Annual Congress of the International Public Finance, Warwick, s. 27–30.
- Fender J. (1999), „A General Equilibrium Model of Crime and Punishment”, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 39 (4), s. 437–453.
- Frey B., Feld L. (2002), *Deterrence and Morale in Taxation: An Empirical Analysis* (No. 760), CESifo Group, Munich.
- Frey B. S., Pommerehne W. W. (1984), „The Hidden Economy: State and Prospects for Measurement”, *Review of Income and Wealth*, 30 (1), s. 1–23.

- Frey B. S., Schneider F. (2004), „*Ekonomika gospodarki nieformalnej*”, tłum. D. Sielski, [w:] A. Karwińska, A. Surdej (red.), *Wokół zagadnień gospodarki nieformalnej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków.
- Frey B. S., Weck-Hanneman H. (1984), „The Hidden Economy as an ‘Unobserved’ Variable”, *European Economic Review*, 26 (1), s. 33–53.
- Friedman E., Johnson S., Kaufmann D., Zoido-Lobaton P. (2000), „Dodging the Grabbing Hand: The Determinants of Unofficial Activity in 69 Countries”, *Journal of Public Economics*, 76 (3), s. 459–493.
- Fugazza M., Jacques J. F. (2004), „Labor Market Institutions, Taxation and the Underground Economy”, *Journal of Public Economics*, 88 (1), s. 395–418.
- Gajdka J. (2008), „Wybrane teoretyczne aspekty decyzji podejmowanych przez podmioty gospodarcze funkcjonujące w warunkach szarej strefy”, [w:] E. Stawasz (red.), *Zarządzanie wzrostem małych i średnich przedsiębiorstw w kontekście szarej strefy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Giza-Poleszczuk A. (2009), „Jak zmierzyć zjawisko pracy nierejestrowanej?”, *Polityka Społeczna*, (10), s. 20–23.
- Głodek P. (2008), „Szara strefa – zakres pojęcia i podstawowe obszary badań”, [w:] E. Stawasz (red.), *Zarządzanie wzrostem małych i średnich przedsiębiorstw w kontekście szarej strefy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Gołębiowski G. (2007), „Zjawisko szarej strefy z uwzględnieniem gospodarki polskiej”, *Współczesna Ekonomia*, 1 (1), s. 17–28.
- Ihrig J., Moe K. S. (2004), „Lurking in the Shadows: The Informal Sector and Government policy”, *Journal of Development Economics*, 73 (2), s. 541–557.
- Jędrzejowicz P. (1995), „Problem określenia polityki skarbowej wobec zjawiska nierejestrowanych dochodów z pracy”, [w:] M. Grabowski (red.), *Szara strefa w transformacji gospodarki*, Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową, Gdańsk, s. 19–38.
- Johnson S., Kaufmann D., Shleifer A., Goldman M. I., Weitzman M. L. (1997), „The Unofficial Economy in Transition”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 97 (2), s. 159–239
- Kabaj M. (2009a), „Praca nierejestrowana we współczesnej literaturze ekonomicznej”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 3–10.
- Kabaj M. (2009b), „Praca nierejestrowana w Polsce w świetle dotychczasowych badań GUS”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 15–19.
- Kannianen V., Pääkkönen J., Schneider F. (2005), *Determinants of Shadow Economy: Theory and Evidence*, Johannes Kepler University, Linz.
- Kirchler E. (2007), *The Economic Psychology of Tax Behavior*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kneebone R. D., McKenzie K. J. (2001), „Electoral and Partisan Cycles in Fiscal Policy: An Examination of Canadian Provinces”, *International Tax and Public Finance*, 8 (5–6), s. 753–774.
- Kolokoltsov V. N., Malafeyev O. A. (2015), „Mean-Field-Game Model of Corruption”, *Dynamic Games and Applications*, 7 (1), s. 1–14.
- Konopczyński M. (2006), „Skuteczność polityki fiskalnej w unii gospodarczej i walutowej”, *Ekonomista*, 5, s. 619–646.

- Krajewska A. (2012), *Podatki w Unii Europejskiej*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Kryńska E., Kwiatkowski E. (2013), *Podstawy wiedzy o rynku pracy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Kudrycka I., Radziukiewicz M. (2001), *Rozkłady dochodów, wydatków i oszczędności z uwzględnieniem dochodów z szarej strefy*, Zakład Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS, Warszawa.
- Kumor P., Sztudynger J. J. (2007), „Optymalne zróżnicowanie płac w Polsce – analiza ekonometryczna”, *Annales. Etyka w życiu gospodarczym*, 10 (1), s. 233–246.
- Kwiatkowski E. (2005), *Bezrobocie: podstawy teoretyczne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Loayza N. V. (1996), „The Economics of the Informal Sector: a Simple Model and Some Empirical Evidence from Latin America”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 45, s. 129–162.
- Loayza N., Oviedo A. M., Serven L. (2006), „The Impact of Regulation on Growth and Informality Cross-Country Evidence”, [w:] B. Guha-Khasnobis, R. Kanbur, E. Ostrom (red.), *Linking the Formal and Informal Economy, Concepts and Policies*, Oxford University Press, Oxford.
- Maciejewski W., Greszta M. (2005), „Kombinowanie prognoz gospodarki Polski”, *Gospodarka Narodowa*, 5–6, s. 49–61.
- Majsterek M. (2014), „Posiedzenie Naukowej Rady Statystycznej – grudzień 2013”, *Wiadomości Statystyczne*, 3, s. 76–85.
- Malaczewska P. (2013), „Useful Government Expenditure Influence on the Shadow Economy”, *Quantitative Methods in Economics*, 14 (2), s. 61–69.
- Malaczewska P. (2014), „Analiza zjawiska szarej strefy jako gry niekooperacyjnej”, [w:] W. Jurek (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii. Rozważania ogólne. Modele*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Poznań.
- Malaczewska P. (2016), „Mechanizmy kształtowania się szarej strefy gospodarki. Model teoretyczny”, *Przegląd Statystyczny*, 62 (1), s. 33–48.
- Malaga K. (2012), *Mikroekonomia. Oswajanie z matematyką*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H. (2004), *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Marattin L., Palestini A. (2010), *Edgeworth Dependence and Government Spending Multipliers: A Theoretical Analysis*, Dipartimento Scienze Economiche, Universita di Bologna Working Papers, Bologna.
- Milo W. (1990), *Szeregi czasowe*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Milo W. (red.) (2002), *Prognozowanie i symulacja*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Miroslaw J. (2009), „Przykłady działań ograniczających szarą strefę w wybranych krajach Unii Europejskiej”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 10–15.
- Mohammad A., Singh A., Jain-Chandra S. (2012), *Inclusive Growth, Institutions, and the Underground Economy*, International Monetary Fund, Working Paper No. 12/47, s. 1–14.
- Mróz B. (2001), „Metody pomiaru gospodarki nieoficjalnej”, *Ekonomista*, 1, s. 93–110.
- Mróz B. (2002), *Gospodarka nieoficjalna w systemie ekonomicznym*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.

- Muster R. (2012), „Zjawisko szarej strefy w Polsce”, *Polityka Społeczna*, 8 (39), s. 12–16.
- Orsi R., Raggi D., Turino F. (2014), „Size, Trend, and Policy Implications of the Underground Economy”, *Review of Economic Dynamics*, 17 (3), s. 417–436.
- Panek E. (2003), *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań.
- Panizza U. (1999), „On the Determinants of Fiscal Centralization: Theory and Evidence”, *Journal of Public Economics*, 74 (1), s. 97–139.
- Pater K. (2009), „Praca nierejestrowana jako problem polityki społeczno-gospodarczej”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 2.
- Poławski P. (2009), „Życie na szaro. Wewnętrzne zróżnicowanie szarej strefy”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 34–37.
- Rajewski Z., Zienkowski L. (1995), *Szara gospodarka w systemie rachunków narodowych*, Zakład Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS, Warszawa.
- Rosser J. B., Rosser M. V., Ahmed E. (2000), „Income Inequality and the Informal Economy in Transition Economies”, *Journal of Comparative Economics*, 28 (1), s. 156–171.
- Salahodjaev R. (2015), „Intelligence and Shadow Economy: A Cross-Country Empirical Assessment”, *Intelligence*, 49, s. 129–133.
- Schneider F. (1997), „The Shadow Economies of Western Europe”, *Economic Affairs*, 17 (3), s. 42–48.
- Schneider F. (2009), *The Size of the Shadow Economy for 25 Transition Countries over 1999/00 to 2006/07: What do We Know?*, Working Paper, s. 1–13.
- Schneider F. (2013), *Size and Development of the Shadow Economy of 31 European and 5 Other OECD Countries from 2003 to 2013: A Further Decline*, Johannes Kepler Universität, Linz.
- Schneider F., Enste D. H. (2000), „Shadow Economies: Size, Causes, and Consequences”, *Journal of Economic Literature*, 38 (1), s. 77–114.
- Schneider F., Williams C. C. (2013), *The Shadow Economy*, Institute of Economic Affairs, London.
- Schneider F., Buehn A., Montenegro C. E. (2010), „New Estimates for the Shadow Economies All Over the World”, *International Economic Journal*, 24 (4), s. 443–461.
- Schneider F., Linsbauer K., Heinemann F. (2015), „Religion and the Shadow Economy”, *Kyklos*, 68 (1), s. 111–141.
- Slemrod J., Blumenthal M., Christian C. (2001), „Taxpayer Response to an Increased Probability of Audit: Evidence from a Controlled Experiment in Minnesota”, *Journal of Public Economics*, 79 (3), s. 455–483.
- Straffin P. D. (2004), *Teoria gier*, wyd. 2, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Szulc A. (2013), *Przyczyny i skutki zatrudnienia nierejestrowanego w Polsce*, Wydawnictwo CeDeWu, Warszawa.
- Takala K., Viren M. (2012), „Why Does a Large Shadow Economy Not Show Up in Administrative Inspections?”, *Economic Analysis and Policy*, 42 (2), s. 171–188.
- Teobaldelli D. (2011), „Federalism and the Shadow Economy”, *Public Choice*, 146 (3–4), s. 269–289.
- Thomas J. (1999), „Quantifying the Black Economy: ‘Measurement without Theory’ Yet Again?”, *The Economic Journal*, 109 (456), s. 381–389.
- Tokarski T. (2011), *Ekonomia matematyczna: modele makroekonomiczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

- Torgler B. (2003), „Tax Morale in Transition Countries”, *Post-Communist Economies*, 15 (3), s. 357–381.
- Torgler B., Schneider F. (2009), „The Impact of Tax Morale and Institutional Quality on the Shadow Economy”, *Journal of Economic Psychology*, 30 (2), s. 228–245.
- Torgler B., Schaffner M., Macintyre A. (2008), *Tax Evasion, Tax Morale and Institutions*, Paper Presented at the Markets and Models: Policy Frontiers in the AWH Phillips Tradition, Wellington.
- Ullrich R. (2016), „The Continuous Time Infection-Immunization Dynamics”, *Dynamic Games and Applications*, 3 (7), s. 1–15.
- Urbaniak B. (1997), „Praca w niepełnym wymiarze czasu pracy – szanse i zagrożenia”, *Prace Naukowe. Akademia Ekonomiczna w Katowicach*, materiały z ogólnopolskiej konferencji naukowej, Ustronie Wielkopolskie, s. 197–205.
- Varian H. R. (2002), *Mikroekonomia. Kurs średni*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Viren M. (2015), „Why So Little Revenues Are Obtained from a Presumed Large Shadow Economy?”, *Economics of Governance*, 16 (2), s. 101–123.
- Vlachaki M. (2015), „The Impact of the Shadow Economy on Indirect Tax Revenues”, *Economics and Politics*, 27 (2), s. 234–265.
- Walewski M. (2009), „Zatrudnienie nierejestrowane od strony pracowników”, *Polityka Społeczna*, 10, s. 30–33.
- Weibull J. W. (1997). *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, Cambridge.
- Welfe A. (2009), *Ekonometria: metody i ich zastosowanie*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Williams C. C. (2014), „Explaining Cross-National Variations in the Prevalence of Envelope Wages: Some Lessons from a 2013 Eurobarometer Survey”, *Industrial Relations Journal*, 45, s. 524–542.
- Williams C. C., Horodnic I. A. (2015), „Explaining and Tackling the Shadow Economy in Estonia, Latvia and Lithuania: A Tax Morale Approach”, *Baltic Journal of Economics*, 15 (2), s. 81–98.
- Winkelried D. (2005), *Income Distribution and the Size of the Informal Sector*, SSRN Working Paper Series, s. 1–26.
- Zawadzki H. (red.) (2009), *Problemy optymalizacyjne w ekonomii matematycznej*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice.

Raporty i akty prawne

- Czapiński J., Panek T. (red.) (2015), *Diagnoza społeczna 2015*, Warszawa.
- Fundowicz J., Łapiński K., Peterlik M., Wyżnikiewicz B., *Szara strefa w polskiej gospodarce w 2016 roku*, Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową, Warszawa 2016.
- Łapiński K., Peterlik M., Wyżnikiewicz B., *Szara strefa w polskiej gospodarce w 2015 roku*, Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową, Warszawa 2015.
- Małe i średnie przedsiębiorstwa niefinansowe w Polsce w latach 2009–2013*, GUS, Warszawa 2015.
- Measuring the Non-Observed Economy – a Handbook*, OECD, Paris, 2002.
- Praca nierejestrowana w Polsce w 2004 roku*, GUS, Warszawa 2005.
- Praca nierejestrowana w Polsce w 2009 roku*, GUS, Warszawa 2011.

- Praca nierejestrowana w Polsce w 2010 roku*, GUS, Warszawa 2011.
- Praca nierejestrowana w Polsce w 2014 roku*, GUS, Warszawa 2015.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2005–2008*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2010.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2007–2010*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2012.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2008–2011*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2013.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2000–2006*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2014.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2005–2007*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2014.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2009–2012*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2014.
- Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych w latach 2010–2013*,
Studia i analizy statystyczne, GUS, Warszawa 2015.
- Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE nr 549/2013 z dnia 21 maja 2013 roku.
- Smuga T., Burzyński W., Niemczyk J., Ważniewski P. (2005), *Metodologia badań szarej strefy na rynku usług turystycznych*, Instytut Koniunktury i Cen Handlu Zagranicznego, Warszawa.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2008 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2009.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2009 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2010.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2010 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2011.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2011 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2012.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2012 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2013.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2013 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2014.
- Sprawozdanie z działalności Państwowej Inspekcji Pracy w 2014 roku*, Państwowa Inspekcja Pracy, Warszawa 2015.
- Struktura wynagrodzeń według zawodów w październiku 2014 roku*, notatka informacyjna, GUS, Warszawa 2015.
- Szara strefa gospodarki – wybrane problemy*, Zakład Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN, Warszawa 1995.
- Undeclared Work in the European Union*, Special Eurobarometer 402, 2014.
- Undeclared Work in the European Union*, Special Eurobarometer 284, 2007.
- Ustawa z dnia 13 kwietnia 2007 r. o Państwowej Inspekcji Pracy (Dz. U. z 2015 r., poz. 640).
- Ustawa z dnia 16 stycznia 2015 r. o zmianie ustawy o podatku dochodowym od osób fizycznych oraz ustawy – Ordynacja podatkowa (Dz. U. z 2015 r., poz. 251).

Wdrożenie Europejskiego Systemu Rachunków Narodowych i Regionalnych w Unii Europejskiej (ESA2010) do polskich rachunków narodowych. Zmiany metodologiczne oraz ich wpływ na główne agregaty makroekonomiczne. Notatka informacyjna, GUS, Warszawa 2014.

Strony internetowe

- <http://data.worldbank.org/indicator/IC.GOV.DURS.ZS> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://data.worldbank.org/indicator/IC.REG.DURS> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://democracyranking.org/wordpress/theoretical-basis/> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#doc> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#doc-methodology> [dostęp: 28.02.2016].
- <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#reports> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://kurier.pap.pl/depesza/160550/Dla-skuteczności-PIP-nie-bedzie-juz-zawiadamiano-planowanych-kontrolach-w-firmach> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://reports.weforum.org/global-competitiveness-report-2015-2016/economies/#economy=POL> [dostęp: 04.05.2016].
- <http://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/613,pojecie.html> [dostęp: 24.04.2016].
- http://swaid.stat.gov.pl/Dashboards_PN/Podstawowe%20dane%20roczne/Tablice%20i%20wykresy%20predefiniowane/1.01.aspx [dostęp: 24.04.2016].
- <http://worldjusticeproject.org/factors/absence-of-corruption> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://worldjusticeproject.org/methodology> [dostęp: 24.04.2016].
- http://worldjusticeproject.org/sites/default/files/roli_tov.pdf [dostęp: 22.04.2016].
- <http://worldjusticeproject.org/what-rule-law> [dostęp: 17.04.2016].
- http://www.democracybarometer.org/concept_en.html [dostęp: 24.04.2016].
- <http://www.doingbusiness.org/data/exploretopics/starting-a-business#close> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://www.doingbusiness.org/Methodology/paying-taxes#total> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://www.doingbusiness.org/Methodology/starting-a-business#cost> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://www.eiu.com/home.aspx#about> [dostęp: 23.04.2016].
- <http://www.enterprisesurveys.org/methodology> [dostęp: 23.04.2016].
- http://www.kalendarzswiat.pl/wymiar_czasu_pracy/2015 [dostęp: 20.04.2016].
- <http://www.medexpress.pl/system/prof-czapinski-rosna-lapowki-dla-lekarzy/62369/> [dostęp: 27.04.2016].
- <http://www.transparency.org/cpi2015> [dostęp: 24.04.2016].
- <http://www.worldvaluessurvey.org/WVSOnline.jsp> [dostęp: 23.04.2016].
- <https://panamapapers.icij.org/blog/20160509-offshore-database-release.html> [dostęp: 12.05.2016].

Załączniki

Załącznik 1

Pokażemy, że równowagowe poziomy pracy nierejestrowanej L_s^* i stopy opodatkowania τ^* z modelu pracy nierejestrowanej na mocy założeń (3.22) oraz (3.34)–(3.37) przyjmują sensowne ekonomicznie wartości, tj. $L_s^*, \tau^* \in (0, 1)$. Dla przypomnienia, założenia (3.22) oraz (3.34)–(3.37) są następujące:

$$(1 - \eta)w_r < 2\eta D(1 - \psi) \quad (3.22)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r(1 - b) > 0 \quad (3.34)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r\psi > 0 \quad (3.35)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r(1 - b) < 2pa(1 - \psi) \quad (3.36)$$

$$w_s - \lambda - m - w_r\psi < 2pa(1 - \psi) \quad (3.37)$$

zaś równowagowe poziomy pracy nierejestrowanej L_s^* i stopy opodatkowania τ^* dane były wzorami:

$$\tau^* = \frac{(1 - \eta)[2w_rpa(1 - \psi) - w_rw_s + w_r^2(1 - b) + \lambda w_r + mw_r]}{4\eta paD(1 - \psi)^2 + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)} \quad (3.40)$$

$$L_s^* = \frac{2\eta D(1 - \psi)[w_s - w_r(1 - b) - \lambda - m] + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)}{4\eta paD(1 - \psi)^2 + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)} \quad (3.42)$$

Dowód przeprowadzimy w czterech krokach:

- I. $\tau^* > 0$;
- II. $\tau^* < 1$;
- III. $L_s^* > 0$;
- IV. $L_s^* < 1$.

Ad I

Najpierw pokażemy, że stopa podatkowa przyjmuje wartości dodatnie ($\tau^* > 0$). W tym celu rozważymy osobno licznik (L) i mianownik (M) wyrażenia (3.40). Zauważmy, że z własności (3.36) mamy:

$$L = (1 - \eta)w_r \{2pa(1 - \psi) - [w_s - w_r(1 - b) - \lambda - m]\} > 0$$

a zatem licznik przyjmuje zawsze wartości dodatnie. W przypadku mianownika konieczne będzie rozważenie dwóch przypadków:

i) dla $1 - b - \psi > 0$ (czyli $\psi < 1 - b$)

Wartość mianownika możemy od razu określić:

$$M = 4\eta paD(1 - \psi)^2 + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi) > 0$$

gdyż oba jego składniki przyjmują wartości dodatnie;

ii) dla $1 - b - \psi < 0$ (czyli $\psi > 1 - b$)

W tym przypadku mianownik składa się dwóch składników, z których pierwszy ma wartość dodatnią, a drugi – ujemną. Aby zatem mianownik był dodatni, należy pokazać, że:

$$4\eta paD(1 - \psi)^2 > -(1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)$$

Zauważmy, że powyższą nierówność można zapisać jako:

$$2\eta D(1 - \psi) \cdot 2pa(1 - \psi) > w_r(1 - \eta) \cdot (-w_r)(1 - b - \psi)$$

Z nierówności (3.22) otrzymujemy:

$$2\eta D(1 - \psi) > (1 - \eta)w_r$$

a zatem wystarczy pokazać, że:

$$2pa(1 - \psi) > -w_r(1 - b - \psi)$$

Z własności (3.36) i (3.35) otrzymujemy:

$$2pa(1 - \psi) > -w_r(1 - b) + w_s - \lambda - m > -w_r(1 - b) + w_r\psi = -w_r(1 - b - \psi)$$

a zatem mianownik jest dodatni. W rezultacie udało nam się pokazać, że licznik i mianownik stopy podatkowej τ^* jest zawsze dodatni, a więc: $\tau^* > 0$.

Ad II

Następnie pokażemy, że stawka opodatkowania τ^* jest też ograniczona z góry ($\tau^* < 1$). Aby przyjmowała ona wartości mniejsze od jedności, musi być spełniona nierówność:

$$(1 - \eta)[2w_rpa(1 - \psi) - w_rw_s + w_r^2(1 - b) + \lambda w_r + mw_r] < < 4\eta paD(1 - \psi)^2 + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)$$

Dowód przeprowadzimy nie wprost. Załóżmy zatem, że prawdziwa jest nierówność przeciwna:

$$(1 - \eta)[2w_rpa(1 - \psi) - w_rw_s + w_r^2(1 - b) + \lambda w_r + mw_r] > > 4\eta paD(1 - \psi)^2 + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)$$

która po przekształceniu przyjmuje postać:

$$2pa(1 - \psi)[(1 - \eta)w_r - 2\eta D(1 - \psi)] > (1 - \eta)w_r[w_r(1 - b - \psi) - w_r(1 - b) + w_s - \lambda - m]$$

Na mocy własności (3.22):

$$(1 - \eta)w_r - 2\eta D(1 - \psi) < 0$$

zaś po prostych przekształceniach oraz z własności (3.35) otrzymujemy:

$$(1 - \eta)w_r[w_r(1 - b - \psi) - w_r(1 - b) + w_s - \lambda - m] = (1 - \eta)w_r[w_s - \lambda - m - w_r\psi] > 0$$

co daje nam sprzeczność. A więc: $\tau^* \in (0, 1)$.

Ad III

Podobne rozumowanie przeprowadzimy dla równowagowego poziomu czasu pracy nierejestrowanej L_s^* . Mianowniki w wyrażeniach (3.42) i (3.40) są identyczne, a zatem, jak pokazano dla stopy opodatkowania τ^* , przyjmują one zawsze wartości dodatnie. Wystarczy więc sprawdzić, czy licznik wyrażenia (3.42) ma wartości większe od zera. W tym celu rozważymy dwa przypadki:

i) dla $1 - b - \psi > 0$ (czyli $\psi < 1 - b$)

Wartość licznika możemy od razu określić:

$$2\eta D(1 - \psi) [w_s - w_r(1 - b) - \lambda - m] + (1 - \eta)w_r^2(1 - b - \psi)$$

gdyż oba jego składniki na mocy własności (3.34) przyjmują wartości dodatnie;

ii) dla $1 - b - \psi < 0$ (czyli $\psi > 1 - b$)

W tym przypadku druga część licznika przyjmuje wartość ujemną, a więc licznik będzie dodatni tylko wtedy, gdy zachodzić będzie nierówność:

$$2\eta D(1 - \psi) [w_s - w_r(1 - b) - \lambda - m] > w_r(1 - \eta) \cdot (-w_r)(1 - b - \psi)$$

Z własności (3.22) mamy:

$$2\eta D(1 - \psi) > (1 - \eta)w_r$$

a zatem wystarczy pokazać, że:

$$w_s - w_r(1 - b) - \lambda - m > -w_r(1 - b - \psi)$$

Istotnie, na mocy założenia (3.35) otrzymujemy:

$$w_s - \lambda - m - w_r(1 - b) > w_r\psi - w_r(1 - b) = -w_r(1 - b - \psi)$$

a więc $L_s^* > 0$.

Ad IV

Aby pokazać, że praca nierejestrowana przyjmuje wartości mniejsze od jedności, podobnie jak dla τ^* , skorzystamy z dowodu nie wprost. $L_s^* < 1$, gdy:

$$2\eta D(1-\psi) [w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi) < \\ < 4\eta paD(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)$$

Założmy zatem, że prawdziwa jest nierówność przeciwna:

$$2\eta D(1-\psi) [w_s - w_r(1-b) - \lambda - m] + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi) > \\ > 4\eta paD(1-\psi)^2 + (1-\eta)w_r^2(1-b-\psi)$$

wówczas:

$$2\eta D(1-\psi) [w_s - w_r(1-b) - \lambda - m - 2pa(1-\psi)] > 0$$

zaś na mocy założenia (3.36):

$$w_s - \lambda - m - w_r(1-b) - 2pa(1-\psi) < 0$$

otrzymaliśmy więc sprzeczność. W rezultacie $L_s^* \in (0, 1)$.

Załącznik 2

Pokażemy, że równowagowe poziomy produkcji ukrytej α_s^* i stopy opodatkowania zysku przedsiębiorstw τ_f^* z modelu produkcji nierejestrowanej na mocy założeń (3.62) oraz (3.70)–(3.73) przyjmują sensowne ekonomicznie wartości, tj. $\alpha_s^*, \tau_f^* \in (0, 1)$. Dla przypomnienia, założenia (3.62) oraz (3.70)–(3.73) są następujące:

$$(1 - \eta_f)Y_f < 2\eta_f D_f(1 - \psi_f) \quad (3.62)$$

$$Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f > 0 \quad (3.70)$$

$$Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f < 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \quad (3.71)$$

$$Y_f(1 - \psi_f) - \lambda_f > 0 \quad (3.72)$$

$$Y_f(1 - \psi_f) - \lambda_f < 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \quad (3.73)$$

natomiast równowagowe poziomy produkcji ukrytej i stopy opodatkowania zysku są postaci:

$$\tau_f^* = \frac{2(1 - \eta_f)p_f Y_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[-b_f - (1 - u_f)k_f] + (1 - \eta_f)Y_f \lambda_f}{4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]} \quad (3.74)$$

$$\alpha_s^* = \frac{2\eta_f D_f(1 - \psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]}{4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]} \quad (3.75)$$

Dowód przeprowadzimy w czterech krokach:

- I. $\tau_f^* > 0$;
- II. $\tau_f^* < 1$;
- III. $\alpha_s^* > 0$;
- IV. $\alpha_s^* < 1$.

Ad I

Aby pokazać, że $\tau_f^* > 0$, oszacujemy wartości licznika $N_{\tau_f^*}$ i mianownika (M_f) wyrażenia (3.74). Istotnie, licznik zawsze przyjmuje wartości dodatnie:

$$N_{\tau_f^*} = (1 - \eta_f)Y_f \{2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + Y_f[-b_f - (1 - u_f)k_f] + \lambda_f\} > 0$$

gdyż z własności (3.71) zachodzi:

$$2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + Y_f[-b_f - (1 - u_f)k_f] + \lambda_f > 0$$

Dla mianownika τ_f^* konieczne będzie rozważenie dwóch przypadków:

i) dla $1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f > 0$, czyli $\psi_f < 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$

Wartość mianownika jest większa od zera:

$$M_f = 4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] > 0$$

gdyż oba jego składniki przyjmują wartość dodatnią;

ii) dla $1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f < 0$, czyli $\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$

W tym przypadku pierwszy komponent mianownika ma wartość dodatnią, a drugi – ujemną. A zatem mianownik będzie dodatni, jeżeli:

$$4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] > -(1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

Zauważmy, że:

$$\begin{aligned} & 4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] = \\ & = 2\eta_f D_f(1 - \psi_f) \cdot 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \end{aligned}$$

oraz

$$-(1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] = (1 - \eta_f)Y_f \cdot (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

zaś z własności (3.62) mamy:

$$2\eta_f D_f(1 - \psi_f) > (1 - \eta_f)Y_f$$

a więc wystarczy pokazać, że:

$$2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] > (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

Istotnie, z własności (3.71) i (3.72) zachodzi:

$$\begin{aligned} (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] &< 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \lambda_f - Y_f(1 - \psi_f) < \\ &< 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] \end{aligned}$$

a zatem $M_f > 0$.

Ad II

Następnie wykażemy, że $\tau_f^* < 1$, czyli, że prawdziwa jest nierówność:

$$N_{\tau_f^*} < M_f$$

Dowód przeprowadzimy nie wprost, założmy zatem, że zachodzi nierówność przeciwna do powyższej:

$$\begin{aligned} &2(1 - \eta_f)p_f Y_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \\ &+ (1 - \eta_f)Y_f^2[-b_f - (1 - u_f)k_f] + (1 - \eta_f)Y_f \lambda_f > \\ &> 4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \\ &+ (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] \end{aligned}$$

co po przekształceniu można zapisać jako:

$$\begin{aligned} &2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f]\{(1 - \eta_f)Y_f - 2\eta_f D_f(1 - \psi_f)\} + \\ &+ (1 - \eta_f)Y_f[\lambda_f - Y_f(1 - \psi_f)] > 0 \end{aligned}$$

Natomiast zachodzi z własności (3.62):

$$(1 - \eta_f)Y_f - 2\eta_f D_f(1 - \psi_f) < 0$$

oraz (3.72):

$$\lambda_f - Y_f(1 - \psi_f) < 0$$

a zatem otrzymaliśmy sprzeczność, czyli $\tau_f^* \in (0, 1)$.

Ad III

Podobne rozumowanie przeprowadzimy dla rozmiarów produkcji ukrytej α_s^* . Dla ułatwienia zapisu licznik równania (3.75) oznaczono jako $N_{\alpha_s^*}$, zaś mianownik, jako że jest identyczny jak w przypadku równania (3.74) ^{α_s^*} , ponownie jako M_f . Najpierw wykażemy, że $\alpha_s^* > 0$. Ponieważ dla τ_f^* wykazano, iż $M_f > 0$, a więc wystarczy pokazać, że $N_{\alpha_s^*} > 0$. Rozważania przeprowadzimy znów dla dwóch przypadków:

i) dla $1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f > 0$, czyli $\psi_f < 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$

Wartość licznika jest większa od zera:

$$N_{\alpha_s^*} = 2\eta_f D_f(1 - \psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] + (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

gdź oba jego komponenty przyjmują wartość dodatnią;

ii) dla $1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f < 0$, czyli $\psi_f > 1 - b_f - (1 - u_f)k_f$

Pierwszy z komponentów licznika jest dodatni, zaś drugi przyjmuje wartości ujemne, a zatem $N_{\alpha_s^*} > 0$, jeżeli prawdziwa będzie nierówność:

$$2\eta_f D_f(1 - \psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] > -(1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

Zauważmy, że:

$$-(1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] = (1 - \eta_f)Y_f \cdot (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

zaś z własności (3.62) zachodzi:

$$2\eta_f D_f(1 - \psi_f) > (1 - \eta_f) Y_f$$

a więc wystarczy pokazać, że:

$$Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f > (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f]$$

Istotnie, na mocy założenia (3.72) mamy:

$$\begin{aligned} Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - \lambda_f &> Y_f[b_f + (1 - u_f)k_f] - Y_f(1 - \psi_f) = \\ &= (-1)Y_f[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] \end{aligned}$$

czyli licznik jest dodatni, a więc: $\alpha_s^* > 0$.

Ad IV

Pozostało wykazać, że $\alpha_s^* < 1$, czyli że zachodzi nierówność $N_{\alpha_s^*} < M_f$. Dowód przeprowadzimy nie wprost, zakładając iż:

$$\begin{aligned} &2\eta_f D_f(1 - \psi_f)[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] + \\ &+ (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] > \\ &> 4\eta_f D_f(1 - \psi_f)p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] + \\ &+ (1 - \eta_f)Y_f^2[1 - b_f - (1 - u_f)k_f - \psi_f] \end{aligned}$$

co po przekształceniu można zapisać jako:

$$2\eta_f D_f(1 - \psi_f)\{[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] - 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f]\} > 0$$

zaś z własności (3.71) mamy:

$$[Y_f b_f + Y_f(1 - u_f)k_f - \lambda_f] - 2p_f[u_f a_f(1 - \psi_f) + (1 - u_f)\tilde{a}_f] < 0$$

co daje sprzeczność dowodzącą, że $\alpha_s^* \in (0, 1)$.

Spis tabel i rysunków

Tabele

1.	Kierunki zmian szarej gospodarki w Polsce w latach 2000–2013 wynikające z różnych mierników aktywności nierejestrowanej	28
2.	Opinie na temat przyczyn podejmowania pracy nierejestrowanej w Polsce wszystkich badanych osób oraz osób deklarujących wykonywanie pracy nierejestrowanej (P)	33
3.	Główne przyczyny wzrostu szarej strefy.....	34
4.	Macierz wypłat w grze pomiędzy urzędnikiem a przedsiębiorcą	52
5.	Determinanty szarej strefy uwzględnione w modelu pracy nierejestrowanej i modelu produkcji ukrytej.....	87
6.	Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha dla modelu pracy nierejestrowanej ..	113
7.	Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha dla modelu produkcji nierejestrowanej.....	137
8.	Szacunki pracy nierejestrowanej w Polsce [% PKB] w latach 2004–2013	142
9.	Klin podatkowy [%] w Polsce dla bezdzietnego pracownika zarabiającego średnią krajową zarobków	143
10.	Przeciętne miesięczne wynagrodzenia brutto [zł] w gospodarce narodowej w cenach stałych z roku 2014.....	144
11.	Średni miesięczny dochód [zł] w cenach stałych z 2014 r. uzyskiwany z ostatnio wykonywanej pracy nierejestrowanej oraz średnia liczba dni w roku spędzona na jej wykonywaniu	145
12.	Kolejne kroki wyliczenia wartości wskaźnika <i>hipotetycznych miesięcznych płac w_s za pracę nierejestrowaną</i>	146
13.	Efektywność organów kontroli w Polsce mierzona skutecznością egzekwowania regulacji rządowych (wskaźnikiem <i>Government regulations are effectively enforced</i>).....	148
14.	Średnia ważona grzywna w Polsce w cenach stałych z 2014 roku nałożona przez inspektora PIP w formie mandatu karnego lub sąd w wyniku wniosku o ukaranie zgłoszonego przez PIP	149

15. Wskaźniki biurokracji: i) czasu spędzanego na spełnianiu wymogów przepisów prawnych [% czas pracy menadżera wyższego szczebla], ii) czasu potrzebnego na założenie firmy [liczba dni], iii) kosztu założenia firmy [% dochodu narodowego <i>per capita</i>] w Polsce	151
16. Wskaźnik <i>tax morale</i> dla Polski pochodzący z danych World Value Survey (<i>tax morale_{WVS}</i>) oraz jego średnie wartości po zastosowaniu logarytmicznego i tangen-sowego sposobu przeliczenia	153
17. Wartości wskaźnika marnotrawstwa wydatków rządowych (<i>wastefulness of govern-ment spending</i>) dla Polski za lata 2006–2015	154
18. Wartości wskaźnika Efektywności Rządu (<i>Government Effectiveness</i>) dla Polski wy-znaczone w ramach projektu The Worldwide Governance Indicators	155
19. Wartości wskaźnika Indeks Demokratyczności (<i>Democracy Index</i>) dla Polski wy-znaczone przez Economist Intelligence Unit	156
20. Alternatywne mierniki stopnia demokratyczności rządu dla Polski w latach 2004–2015	157
21. Zebrane wartości mierników zmiennych i parametrów dla modelu pracy niereje-strowanej dla polskiej gospodarki	157
22. Alternatywne mierniki wybranych parametrów dla modelu pracy nierejestrowanej dla polskiej gospodarki	158
23. Badanie odporności wyników kalibracji na zmianę mierników poszczególnych pa-rametrów modelu pracy nierejestrowanej	160
24. Szacunki produkcji nierejestrowanej w Polsce w latach 2004–2013	162
25. Wartości wskaźnika całkowitej stopy opodatkowania (<i>total tax rate</i>) w Polsce w la-tach 2005–2015	163
26. Średni miesięczny wynik finansowy brutto w tys. zł pojedynczego przed-siębiorstwa niefinansowego w Polsce w latach 2009–2013 (w cenach stałych z 2004 r.)	164
27. Wartości wskaźników korupcji: Kontroli Korupcji (<i>Control of Corruption</i> , CC), In-deksu Percepcji Korupcji (<i>The Corruption Perceptions Index</i> , CPI) oraz Absencji Ko-rupcji (<i>Absence of Corruption</i> , AC) w Polsce w latach 2004–2015	167
28. Średnie łapówki [zł] w służbie zdrowia w Polsce	169
29. Zebrane wartości mierników zmiennych i parametrów dla modelu produkcji niere-jestrowanej dla Polski	170
30. Alternatywne mierniki wybranych parametrów modelu produkcji nierejestrowanej dla Polski	171
31. Badanie odporności wyników kalibracji na zmianę mierników poszczególnych pa-rametrów modelu produkcji nierejestrowanej	172
32. Przyjęte wartości zmiennych i parametrów modelu pracy nierejestrowanej i pro-dukcji ukrytej	175
33. Reakcja optymalnych rozmiarów pracy nierejestrowanej L_s^* oraz opodatkowania τ^* na skutek zmiany wartości poszczególnych parametrów dla modelu teoretycznego oraz dla modelu z oszacowanymi wartościami parametrów	178

34. Reakcja optymalnych rozmiarów produkcji ukrytej α_s^* oraz opodatkowania zysku τ_f^* na skutek zmiany wartości poszczególnych parametrów dla modelu teoretycznego oraz dla modelu z oszacowanymi wartościami parametrów	183
35. Wyniki analizy dla scenariusza 1	186
36. Wyniki analizy dla scenariusza 2	188
37. Wyniki analizy dla scenariusza 3	189
38. Wyniki analizy dla scenariusza 4	191
39. Wyniki analizy dla scenariusza 5	193

Rysunki

1. Ujęcie przedmiotowe szarej strefy	16
2. Sposoby mierzenia szarej strefy gospodarki	23
3. Szacunki szarej gospodarki w Polsce w latach 1999–2006 za pomocą różnych metod	27
4. Szacunki szarej gospodarki w Polsce w latach 2003–2013 za pomocą różnych metod	28
5. Rozmiary szarej strefy na świecie w % PKB (średnia za lata 1999–2007) oszacowane metodą MIMIC	30
6. Równowaga w modelu Johnsona i in. (1997)	56
7. Zależność między przychodami podatkowymi i stawką opodatkowania	60
8. Wykres krzywej najlepszej reakcji rządu $\tilde{\tau}$ przy założeniu spełnienia warunku (3.22).	101
9. Wykres krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych \tilde{L}_s dla przypadku pierwszego przy założeniu spełnienia warunków (3.34)–(3.37)	105
10. Wykres krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych \tilde{L}_s dla przypadku drugiego przy założeniu spełnienia warunków (3.34)–(3.37)	106
11. Równowaga Nasha (RN) modelu dla pierwszego przypadku krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych	107
12. Równowaga Nasha (RN) modelu dla drugiego przypadku krzywej najlepszej reakcji gospodarstw domowych	108
13. Wykres krzywej najlepszej reakcji rządu $\tilde{\tau}$ przy spełnieniu warunku (3.62)	124
14. Wykres krzywej najlepszej reakcji $\tilde{\alpha}_s$ przedsiębiorstw przy założeniu spełnienia warunków (3.70)–(3.73) dla przypadku pierwszego	127
15. Wykres krzywej najlepszej reakcji $\tilde{\alpha}_s$ przedsiębiorstw przy założeniu spełnienia warunków (3.70)–(3.73) dla przypadku drugiego	128
16. Równowaga Nasha (RN) zadania optymalizacyjnego (3.54) dla pierwszego przypadku krzywej najlepszej reakcji przedsiębiorstw	130
17. Równowaga Nasha (RN) zadania optymalizacyjnego (3.54) dla drugiego przypadku krzywej najlepszej reakcji przedsiębiorstw	130
18. Przeliczanie wartości we wskaźniku <i>tax morale</i> społeczeństwa	152
19. Wpływ odpowiednio parametrów w_r , w_s , η , p , a , ψ na równowagowe poziomy pracy nierejestrowanej i stopy opodatkowania	177

224 Spis tabel i rysunków

20. Wpływ odpowiednio parametrów b, m, λ, D na równowagowe poziomy pracy nieregulowanej i stopy opodatkowania	178
21. Wpływ odpowiednio parametrów $Y_\beta, \eta_\beta, p_\beta, u_\beta, \tilde{a}_\beta, k_f$ na równowagowe poziomy produkcji ukrytej i stopy opodatkowania zysków przedsiębiorstw	181
22. Wpływ odpowiednio parametrów $\psi_f, a_\beta, b_\beta, \lambda_\beta, D_f$ na równowagowe poziomy produkcji ukrytej i stopy opodatkowania zysków przedsiębiorstw	182